УДК 531

СТІЙКІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ СТІЙОК ПРИ КОРОТКОЧАСНІЙ ТА ТРИВАЛІЙ ДІЇ НАВАНТАЖЕННЯ

Бекірова М. М.[1]
[1]*Одеська державна академія будівництва та архітектури*

Анотація: Розглядається поведінка шарнірно-опертої по кінцях стійки з початковим вигином при дії навантаження. Пружні стрижні розташовані симетрично. Стійка має початковий вигин, стиснута постійними у часі силами.

Всі реальні елементи мають ті чи інші недосконалості у вигляді технологічних вигинів, тому вони починають вигинатися з самого початку навантаження. Навантаження, при перевищенні якого навіть на нескінченно малу величину, виникає втрата стійкості даного виду деформації, називається критичним. В розрахунку на стійкість при тривалій дії зовнішніх сил необхідно визначити навантаження, при якому швидкість переміщень в часі монотонно згасає. Вирішення задачі у такій постановці прийнятно для систем, розвиток переміщень яких у часі призводить до зміни напруженого стану. Ця умова для стиснутої стійки виконується лише за наявності початкових недосконалостей (початковий вигин, позацентрове прикладення стискаючої сили та інше).

При вирішенні задач теорії стійкості важливу роль відіграє урахування повзучості матеріала. Повзучість може бути обмеженою в часі або необмеженою.

При вирішенні задачі про стійкість стійок з початковими недосконалостями, що виготовлені з матеріалу, який має повзучість та підсилений пружними стрижнями, прийняті наступні припущення:

1) вважається справедливою гіпотеза плоских перерізів;
2) деформації матеріалу, що володіє повзучістю і пружних стрижнів у місцях контакту однакові;
3) модулі деформацій при розтягуванні та стисканні рівні;
4) матеріал, що має повзучість, у розтягнутій зоні працює без появи тріщин.

Зв'язок між деформаціями і пружностями в матеріалі стійки встановлюється формулою, заснованою на лінійній залежності між деформаціями і пружностями.

Міра повзучості бетону побудована за спадковою теорією старіння.

У роботі отримано інтегро-диференційне рівняння – рівняння повільного руху стрижня, одержані вирази для дослідження вигинів в будь-який момент часу, виведено формулу для визначення критичної сили при тривалій дії навантаження.

Ключові слова: стійкість, стійка, початкові недосконалості, вигин, повзучість, критична сила, критичне переміщення.

STABILITY OF REINFORCED CONCRETE POSTS UNDER SHORT-TERM AND LONG-TERM LOADING

M. Bekirova[1]
[1]*Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*

Abstract: The behavior of hinged support at the ends of the rack with initial bending under the action of load is considered. Spring rods are arranged symmetrically. The rack has an initial bend, compressed by forces constant in time.

All real elements have one or another imperfections in the form of technological bends, therefore, they begin to bend from the very beginning of the load. The load, when it is exceeded even by an infinitesimally small amount, there is a loss of stability of this type of deformation, is called critical. In the calculation of stability under the long-term action of external forces, it is necessary to determine

the load, at which the rate of movement in time monotonically decays. Solving the problem in such a setting is acceptable for systems, the development of movements of which in time leads to a change in the stress state. This condition for a compressed rack is fulfilled only in the presence of initial imperfections (initial bending, off-center application of compressive force, etc.).

When solving the problems of the theory of stability, taking into account the creep of the material plays an important role. Creep can be limited in time or unlimited.

When solving the problem of the stability of racks with initial imperfections, made of a material that has creep and reinforced with elastic rods, the following assumptions are made:

1) the hypothesis of flat sections is considered valid;

2) the deformations of the creeping material and the elastic rods at the points of contact are the same;

3) the modulus of deformations during stretching and compression are equal;

4) the creep material works in the stretched zone without the appearance of cracks.

The relationship between deformations and elasticities in the material of the rack is established by a formula based on the linear relationship between deformations and elasticities.

The creep rate of concrete is based on the hereditary theory of aging.

In the work, an integro-differential equation was obtained - the equation of slow motion of the rod, expressions were obtained for the study of bends in any at what point in time, the formula for determining the critical force with long-term load action is derived.

Keywords: stability, resistance, initial imperfections, bending, creep, critical force, critical displacement.

1 ВСТУП

У дослідженнях з будівельної механіки питання стійкості займають важливе місце. При деформуванні стислих і стисло-вигнутих стрижнів рівновага між зовнішнім навантаженням і внутрішніми зусиллями може бути стійкою або нестійкою.

В першому випадку стрижень, відхилений від положення рівноваги на достатньо малу величину, після усунення причини, що викликала відхилення, повертається в початковий стан рівноваги. В другому випадку відхилення після усунення причини, що його викликала, не зникає, а, навпаки, зростає.

Навантаження, при перевищенні якого навіть на нескінченно малу величину, виникає втрата стійкості даного виду деформації, називається критичним.

Порушення стійкості тіла, яке деформується, при якому первинна деформація переходить в інший, якісно новий вид деформації, є втратою стійкості першого роду. Порушення стійкості тіла, яке деформується, при якому первинна деформація не переходить в інший вид деформації, а починає зростати припостійному навантаженні, або, навіть, при навантаженні, яке зменшується, є втратою стійкості другого роду.

Наприклад, втрата стійкості першого роду характерна для центрально-стиснутого пружного стрижня, втрата стійкості другого роду – для стисло-вигнутого стрижня, який має початкові недосконалості.

2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Перше теоретичне рішення задачі про стійкість пружного центрально-стиснутого стрижня одержано в 1744 році Леонардом Ейлером [3].

Це рішення наведено в численній літературі з стійкості стрижнів, з якої особливо відзначимо [5-6]. Але випробування показали, що це рішення не можна застосувати для реальних стрижнів, що пов'язано з неминучіми викривленнями осі елемента у процесі виготовлення і транспортування та недосконалостями центровки в процесі монтажу. В зв'язку з цим були отримані різні рішення для стрижня під дією осьової стискаючої сили, яка прикладена з ексцентриситетом. [6].

Одна з перших публікацій, в якій був досліджений вплив початкових недосконалостей на стійкість, є монографія Ржаніцина О. Р. [1]. Початкові геометричні недосконалості найбільш суттєво впливають на стійкість тонкостінних елементів відкритого перерізу [7]. У статті [8] при описі форми початкових недосконалостей використовують поліном четвертого ступеню.

Ю. М. Работнов [10] та С. А. Шестеріков [11, 12] запропонували новий підхід – зв'язали питання стійкості при повзучості з класичним визначенням стійкості. Взявши за основу закон зміцнення, вони провели його лінеаризацію з урахуванням небагатьох прогинів, а потім виконали аналіз руху стрижня при дії збурень.

Не можна не відзначити роботи вчених Одеської школи теорії повзучості на чолі з І.Є. Прокоповичем [13-15].

Усі роботи, у яких розглядаються питання стійкості стрижнів з урахуванням повзучості, можна розбити на два напрямки. При першому, класичному підході припускають існування зміни стійких змін рівноваги – після проходження деякого часу, що називається критичним, відбувається перехід прямолінійної форми в викривлену. Вважається, що процес повзучості в стрижні веде до зменшення його жорсткості, внаслідок чого відбувається втрата стійкості.

VI/2/2024
Стор. 100-108 / Page 100-108

3 МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою даного дослідження є отримання формул для знаходження критичних сил при тривалій дії навантаження, формул для отримання переміщень (вигинів) в будь-який момент часу, виразів для визначення напруженого стану.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

При деформуванні стислих і стисло-вигнутих стрижнів рівновага між зовнішніми навантаженнями і внутрішніми зусиллями може бути стійкою чи нестійкою. В першому випадку стрижень, відхилений від положення рівноваги на досить малу величину, після усунення причини, що викликала відхилення, повертається до початкового стану рівноваги. У другому випадку відхилення після усунення причини, що його викликала, не зникає, а, навпаки, зростає.

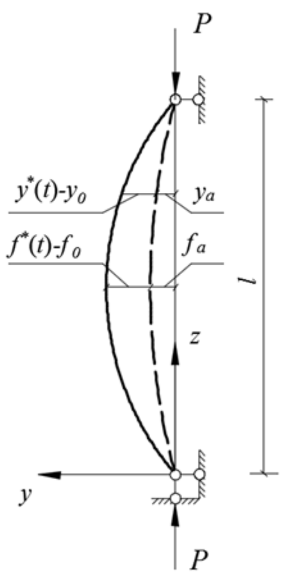
Навантаження, при перевищенні якого навіть на нескінченно малу величину відбувається втрата стійкості даного виду деформації, називається критичним.

При вирішенні задач зі стійкості стрижнів у пружній та пружно-пластичній стадіях визначають, в основному, критичне навантаження.

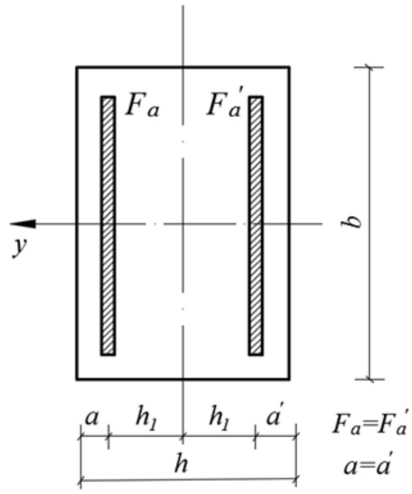
На основі розгляду стійких і нестійких форм руху був сформульований критерій стійкості при згасанні повзучості матеріалу.

Стійким вважається рух, який не приводить параметри, що визначають положення системи протягом короткого або нескінченно тривалого відрізка часу, до будь-яких великих значень, тобто переміщення системи під дією постійного навантаження зростають із загасаючою швидкістю, монотонно наближаючись до границі. Найменша величина, здатна викликати необмежене переміщення системи є критичною.

При незатухаючій повзучості матеріалу гнучкий стрижень за наявності початкової недосконалості під дією стискаючого навантаження будь-якого рівня безперервно вигинається і, якщо навантаження діє протягом досить великого проміжку часу, втрачає стійкість.

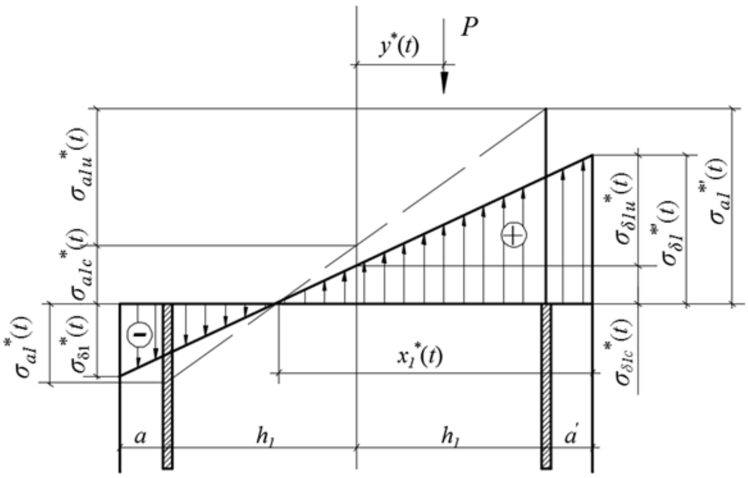


а)



б)

https://doi.org/10.31650/2618-0650-2024-6-2-100-108



с)

Рис. 1. Стійка з початковим вигином

У розрахунку на стійкість при тривалій дії зовнішніх сил необхідно визначити навантаження, при якому швидкість переміщень у часі монотонно згасає. Розв'язання задачі в такій постановці є прийнятним для систем, розвиток переміщень яких у часі призводить до зміни напруженого стану. Ця умова для стиснутої стійки виконується лише за наявності початкових недосконалостей (початковий вигин, позацентрове прикладення стискаючої сили).

Через те, що час існування та експлуатації елементів будівельних конструкцій обчислюється десятками і сотнями років, слід виходити із того, що ці елементи втрачають стійкість при $t=\infty$, тому приймати, що критичний час $t=\infty$.

Розглянемо поведінку шарнірно-опертої по кінцях стійки з початковим вигином при тривалій дії навантаження. Пружні стрижні розташовані симетрично. Стійка має початковий вигин $y_0(z)$, стиснута постійними у часі силами P (Рис. 1а, б).

У довільному перерізі по висоті стійки в момент часу t матиме місце напружений стан (Рис. 1с).

Для будь-якого перетину по висоті в момент часу t можна записати умову рівноваги:

$$N_{\delta}^{*}(t)=P-F_{a}\left[\sigma_{a1}^{*'}(t)+\sigma_{a1}^{*}(t)\right]; \tag{1}$$

$$M_{\delta}^{*}(t)=Py^{*}(t)-F_{a}h_{1}\left[\sigma_{a1}^{*'}(t)-\sigma_{a1}^{*}(t)\right], \tag{2}$$

де

$N_{\delta}^{*}(t)$ – поздовжня сила частини перерізу, виконана з матеріалу, що має повзучість;

$M_{\delta}^{*}(t)$ – згинальний момент у частині перерізу, виконаний з матеріалу, що має повзучість;

F_a – половина площі пружних стрижнів;

$\sigma_{a1}^{*'}(t),\ \sigma_{a1}^{*}(t)$ – напруження в пружних стрижнях;

$y^{*}(t)$ – прогин стійки в момент часу t;

h_1 – відстань від центру тяжіння перерізу до центру тяжіння пружних стрижнів.

Нормальні напруження повзучої складової перерізу представлені у вигляді

$$\sigma^*_{\delta 1}(t)=\frac{N^*_\delta(t)}{F_\delta}\pm\frac{M^*_\delta(t)}{I_\delta}\eta\,, \tag{3}$$

де

F_δ – площа повзучої складової частини перерізу;

I_δ – мінімальний момент інерції повзучої складової перетину;

η – координата волокна.

Підставляємо значення $N^*_\delta(t)$ і $M^*_\delta(t)$ з (1), (2) в (3) і отримуємо

$$\sigma^*_{\delta 1}(t)=\frac{P-F_a\left[\sigma^{*\prime}_{a1}(t)+\sigma^*_{a1}(t)\right]}{F_\delta}\pm\frac{Py^*(t)-h_1F_a\left[\sigma^{*\prime}_{a1}(t)+\sigma^*_{a1}(t)\right]}{I_\delta}\eta\,. \tag{4}$$

Враховуючи, що

$$\sigma^{*\prime}_{a1}(t)-\sigma^*_{a1}(t)=\frac{2h_1E_a}{\rho^*(t)}\,, \tag{5}$$

де E_a – модуль пружності матеріалу пружних стрижнів; $1/\rho^*(t)$ – кривизна стійки, отримуємо інтегро-диференціальне рівняння повільного руху стрижня

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 y^*(z,t)}{\partial z^2}&=\left[1+\mu n_0 m(t)E(t)\delta(t,t)\right]+\frac{P\delta(t,t)}{I_\delta}y^*(z,t)-\\&-\int_{\tau_1}^{t}\left[\frac{P}{I_\delta}y^*(z,\tau)+\mu n_0E_a\frac{\partial^2 y^*(z,\tau)}{\partial z^2}\right]+\frac{\partial\delta(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau=\\&=\frac{\partial^2 y_0(z)}{\partial z^2}\left[1+\mu n_0 m(t)E(t)\delta(t,\tau)\right],\end{aligned} \tag{6}$$

де $\mu=F_a/F_g$, $n_0=2h_1^2F_\delta/I_\delta$, $m(t)=E_a/E(t)$.

Задача про стійкість в умовах повзучості зводиться до розгляду стійких та нестійких форм руху. Стійким вважаємо рух стійки, при якому прогини при $t\to\infty$ прагнуть до кінцевої величини. Під критичним навантаженням розуміємо найменше значення сили, що викликає необмежене збільшення прогинів.

Припустимо, що початковий вигин заданий у вигляді напівхвилі синусоїди

$$y_0(z)=f\sin\frac{\pi z}{l}\,. \tag{7}$$

При цьому рішення рівняння (6) слід шукати у вигляді

$$y^*(z,t)=f^*(t)\sin\frac{\pi z}{l}\,. \tag{8}$$

Тоді отримаємо диференційне рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами:

$$\frac{d^2f^*(t)}{dt^2}+\gamma\left[1+(1-\eta)E\Theta(t)\right]\frac{df^*(t)}{dt}=0\,, \tag{9}$$

$$\Theta(t)=C_0+Ae^{-\gamma t} \tag{10}$$

Та з наступними початковими умовами:

https://doi.org/10.31650/2618-0650-2024-6-2-100-108

$$f^*(\tau_1) = f(\tau_1), \tag{11}$$

$$\frac{df^*(\tau_1)}{dt} = \gamma(a+e)\eta \frac{P}{P_E} f(\tau_1). \tag{12}$$

де

$$C = EC_0; \ a = \bar{a}e^{-\gamma\tau}; \ \bar{a} = EA. \tag{13}$$

Рішення рівняння (9) з початковими умовами (10) і (11) можна представити у вигляді:

$$f^*(t) = f(\tau_1)\left\{1 + \frac{(a+c)\eta}{1+c(1-\eta)} \frac{P}{P_E}\left[F(0) - e^{-K(t-\tau_1)}F(t-\tau_1)\right]\right\}; \tag{14}$$

$$K(t-\tau_1) = \gamma\left[1+c(1-\eta)\right](t-\tau_1) + a(1-\eta)\left[1-e^{-\gamma(t-\tau_1)}\right]; \tag{15}$$

$$F(t-\tau_1) = 1 - \frac{a(1-\eta)e^{-\gamma(t-\tau_1)}}{2+c(1-\eta)} + \frac{a^2(1-\eta)^2 e^{-2\gamma(t-\tau_1)}}{\left[2+c(1-\eta)\right]\left[3+c(1-\eta)\right]} - \ldots; \tag{16}$$

$$F(0) = 1 - \frac{a(1-\eta)}{2+c(1-\eta)} + \frac{a^2(1-\eta)^2}{\left[2+c(1-\eta)\right]\left[3+c(1-\eta)\right]} - \ldots. \tag{17}$$

5 ВИСНОВКИ

1. Обґрунтована фізико-механічна модель руху вантажу на канаті при його підйомі (стадія пуску) механізмом підйому вантажу містобудівного крану. Обчислені аналітичним шляхом основні кінематично-силові параметри рухів, за яких мінімізовані динамічні навантаження на канатну систему, а коливання відсутні.

2. Отримані у даному дослідженні результати можуть у подальшому слугувати для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу містобудівних кранів (як і кранів інших конструкцій) на стадіях їх проектування та у режимах реальної експлуатації. 3. Дотримання визначених у даній роботі режимів пуску вантажопідйомних механізмів кранів дозволяє суттєво продовжити термін надійної експлуатації їх конструкцій у безаварійному режимі.

6 ЕТИЧНІ ДЕКЛАРАЦІЇ

Автор не має будь-яких фінансових чи нефінансових інтересів щодо матеріалів, представлених у цій статті, які слід розкривати.

Література

1. Ржаніцин А. Р. Деякі питання механіки систем, що деформуються у часі. М.: Держтехвид, 1949.
2. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твёрдого тела. М: Наука. 1979. 744с.
3. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума. Гостехиздат. 1934. 600 с.
4. Крутій Ю. С., Лазарєва Д. В., Сур'янінов М. Г. Механіка деформованого твердого тіла. Одеса: ОДАБА, 2017. 260 с.
5. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. Москва: ГИТТЛ, 1955. 567с.
6. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. Москва: Наука, 1967. 984 с.
7. Wang Y. C., Nethercot D. A. Bracing requirements for elate-rally unrestrained beams. J.Constr.Steel Res. 1990.№4. pp.305-315.

8. Mohler K., Schelling W. Zur Bemessung von Knickverbanden und Knickaussteif ungen im Holzbau. Bauingenieur. 1968. №2. pp. 43-48.
9. Чепурненко А. С., Литвинов С. В., Филенко М. А. Расчёт стержней на продольно-поперечный изгиб с учётом деформаций ползучести и начальных несовершенств. Строительство-2013: РГСУ, 2013. 1995 с.
10. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций.М.: Наука, 1966. 752с.
11. Шестериков С. А. Динамический критерий устойчивости при ползучестви для стержней. Прикладная механика и техническая физика, 1961. №1. С.68-71.
12. Шестериков С. А. О критерии устойчивости при ползучести. Прикладная математика и механика. 1959. Т.XXIII. Вып.6. С.1101-1106.
13. Прокопович И. Е. Влияние ползучести на устойчивость тонкостенных стержней. Строительство и архитектура,1969. №12. С.33-38.
14. Прокопович И. Е. О влиянии ползучести на устойчивость сжатых стержней. Строительная механика и расчёт сооружений,1967.№1.С.5-9.
15. Орлов А. Н. Определение критических сил при длительном действии нагрузки для гибких стержней с опорными закреплениями, обладающими ползучестью. «Известия АН Арм.ССР.Механика». Ереван, 1977. XXX. №3.
16. Бамбура А. М., Безбожна М. С., Гурківський О. Б. Експериментальні дослідження напруженодеформованого стану згинних залізобетонних елементів при тривалій дії навантаження. Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-тех. зб. 2002. № 57. С. 21-30.
17. Pang Chen a, Geng Zhang, Shaojun Cao, Xueyuan Lv, Bin Shen. Creep and post-creep mechanical properties of reinforced concrete columns. Journal of Building Engineering. Volume 63, Part A, 2023, 105521
18. Pierre Rossi, J.L. Tailhan, F. Le Maou. Creep strain versus residual strain of a concrete loaded under various levels of compressive stress. Cement and Concrete Research. Volume 51, 2013, pp.. 32-37

References

1. Rzhanitsyn A. R. (1949). *Deiaki pytannia mekhaniky system, shcho deformuiutsia u chasi*. M.: Derzhtekhvyd. [in Russian].
2. Rabotnov Yu. N. (1979). *Mekhanyka deformyruemoho tverdoho tela*. M: Nauka. [in Russian].
3. Eiler L. (1934). *Metod nakhozhdenyia kryvыkh lynyi, obladaiushchykh svoistvamy maksymuma lybo mynymuma*. Hostekhyzdat. [in Russian].
4. Krutii Yu.S., Lazarieva D.V., Surianinov M.H. (2017). *Mekhanika deformovanoho tverdoho tila*. Odesa: ODABA. [in Russian].
5. Tymoshenko S. P. (1655). *Ustoichyvost upruhykh system*. Moskva: HYTTL. [in Russian].
6. Volmyr A.S. (1967). *Ustoichyvost deformyruemykh system*. Moskva: Nauka. [in Russian].
7. Wang Y.C., Nethercot D.A. (1990). Bracing requirements for elate-rally unrestrained beams. *J.Constr.Steel Res*. 4. 305-315.
8. Mohler K., Schelling W. (1968). Zur Bemessung von Knickverbanden und Knickaussteif ungen im Holzbau. *Bauingenieur*. 2. 43-48.
9. Chepurnenko A.S., Lytvynov S.V., Fylenko M.A. (2013). *Raschet sterzhnei na prodolno-poperechnыi yzghyb s uchetom deformatsyi polzuchesty y nachalnykh nesovershenstv*. Stroytelstvo-2013: RHSU. [in Russian].
10. Rabotnov Yu.N. (1966). *Polzuchest эlementov konstruktsyi*.M.: Nauka. [in Russian].
11. Shesterykov S.A. (1961). Dynamycheskyi kryteryi ustoichyvosty pry polzuchestvy dlia sterzhnei. *Prykladnaia mekhanyka y tekhnycheskaia fyzyka*. 1. 68-71. [in Russian].
12. Shesterykov S.A. (1959). O kryteryy ustoichyvosty pry polzuchesty. *Prykladnaia matematyka y mekhanyka*. XXIII. 6. 1101-1106. [in Russian].
13. Prokopovych Y.E. (1969). Vlyianye polzuchesty na ustoichyvost tonkostennыkh sterzhnei. *Stroytelstvo y arkhytektura*9. 12. 33-38. [in Russian].
14. Prokopovych Y.E. (1967). O vlyianyy polzuchesty na ustoichyvost szhatыkh sterzhnei. *Stroytelnaia mekhanyka y raschet sooruzhenyi*. 1. 5-9. [in Russian].

15. Orlov A. N. Determination of critical forces under long-term load action for flexible rods with support fastenings that have creep. "Izvestia of the Academy of Sciences of the Arm.SSR.Mechanics." Yerevan, 1977. XXX. No. 3.
16. Bambura A. M., Bezbozhna M. S., Gurkivsky O. B. Experimental investigation of the stress-deformed steel of molded reinforced concrete elements under extreme conditions. Building structures. Interdepartmental scientific-technical zb. 2002. No. 57. P. 21-30.
17. Pang Chen a, Geng Zhang, Shaojun Cao, Xueyuan Lv, Bin Shen. Creep and post-creep mechanical properties of reinforced concrete columns. Journal of Building Engineering. Volume 63, Part A, 2023, 105521
18. Pierre Rossi, J.L. Tailhan, F. Le Maou. Creep strain versus residual strain of a concrete loaded under various levels of compressive stress. Cement and Concrete Research. Volume 51, 2013, pp.. 32-37.

Бекірова Маріам Мамбетівна
Одеська державна академія будівництва та архітектури,
к.т.н., доцент
вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029
bekirova.ogasa@gmail.com
ORCID: 0000-0002-6162-9967

Для посилань:
Бекірова М. М. Стійкість залізобетонних стійок при короткочасній та тривалій дії навантаження. Механіка та математичні методи, 2024. Т. VI. №. 2. С. 100-108.

For references:
M. Bekirova. (2024). Stability of reinforced concrete posts under short-term and long-term loading**.**
Mechanics and mathematical methods. VI (2). 100–108.