

УДК 622.4

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ВЕНТИЛЯЦІЇ НА КОНЦЕНТРАЦІЮ РАДОНУ В ПРИМІЩЕННІ

Кіосак В. А.¹, Патрашку Є. В.¹

¹Одеська державна академія будівництва та архітектури

Анотація: Широкий спектр будівельних матеріалів та конструктивних рішень, що застосовуються в сучасному будівництві дозволяють регулювати концентрацію радону в приміщеннях. Але через відсутність методів проектного розрахунку не можуть повністю замінити собою вентиляцію, в тому числі і примусову. Проектування радонобезпечних і одночасно ресурсоефективних будівель можливо лише на основі теоретично обґрунтованих розрахункових методів, що пов'язують між собою процеси утворення радону, закономірності його перенесення та накопичення в приміщеннях.

Математичне моделювання має більші перспективи для опису та аналізу таких багатофакторних процесів, а також вимагає значно менших часових та матеріальних витрат ніж натурні дослідження. Сучасний рівень знань в даній області не дозволяє створити універсальної моделі. Тому використовуються математичні моделі з певними обмеженнями.

В даній роботі будується та досліджується математична модель, яка описує процес зміни концентрації радону в житловому приміщенні при вентиляції, в тому числі примусовій. Моделювання дозволяє нам зрозуміти складні явища, зокрема те, яку роль відіграє дифузія, а яку конвекція. Врахування конвекції, тобто руху радону під дією повітряних потоків і різниць тиску, дозволяє імітувати різні стратегії вентиляції. Встановлено зв'язок між швидкістю механічної системи вентиляції та видаленням радону з приміщення. Запропонована нами модель враховує як дифузійний, так і конвекційний тип поширення радону в приміщенні. Вона дозволяє оцінити в конкретних числових параметрах роль вентиляції в зменшенні концентрації радону та оптимізувати системи вентиляції з урахуванням необхідності мінімізації концентрації радону в будівлях.

Результати можуть бути використані в безпосередніх розрахунках, а також при побудові більш загальних моделей організації повітряного обміну в приміщеннях як виробничих, так і житлових.

Ключові слова: математична модель, концентрація радону, системи вентиляції, житловий комфорт.

MODELLING THE EFFECT OF VENTILATION ON INDOOR RADON CONCENTRATION

V. Kiosak¹, Ye. Patrashku¹

¹Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture

Abstract: A wide range of building materials and design solutions used in modern construction make it possible to regulate the radon concentration in premises. However, due to the lack of design calculation methods, they cannot completely replace ventilation, including forced ventilation. The design of radon-safe and resource-efficient buildings is possible only on the basis of theoretically sound calculation methods that link the processes of radon formation, the patterns of its transfer and accumulation in the premises.

Mathematical modelling has greater prospects for describing and analysing such multifactorial processes, and requires significantly less time and material costs than field studies. The current level of knowledge in this area does not allow for the creation of a universal model. Therefore, mathematical models with certain limitations are used.

In this paper, we build and study a mathematical model that describes the process of changing the radon concentration in a residential building during ventilation, including forced ventilation.



Modelling allows us to understand complex phenomena, in particular, what role diffusion plays and what role convection plays. Taking into account the convection, i.e. the movement of radon under the influence of air flows and pressure differences, allows us to simulate different ventilation strategies. The relationship between the speed of the mechanical ventilation system and radon removal from the room is established.

The model we propose takes into account both diffusion and convection types of radon propagation in a room. It allows us to estimate the role of ventilation in reducing radon concentration in specific numerical parameters and optimise ventilation systems to minimise radon concentration in buildings.

The results can be used in direct calculations, as well as in the construction of more general models of air exchange in both industrial and residential premises.

Keywords: mathematical model, radon concentration, ventilation systems, residential comfort.

1 ВСТУП

Розрахунки показують, що близько 80% часу люди проводять у приміщеннях, що пояснює значну дозу опромінення (до 65%) населення природними радіонуклідами (ПРН), які містяться в будівельних матеріалах, виробках та конструкціях. Це підкреслює важливість обмеження опромінення людей природними джерелами іонізуючого випромінювання шляхом зниження радіаційного фону мінеральної сировини, що використовується при виробництві будівельних матеріалів. Таким чином, питання отримання екологічно безпечних будівельних матеріалів залишається актуальним.

Довгоживучі природні радіоактивні елементи (K, Ra, ^{232}Th , U та ін.) та їх короткоживучі дочірні радіонукліди є основними джерелами радіаційного фону в середовищі людини. Зокрема, радіоактивний газ радон (^{222}Rn) і дочірні аерозольні продукти його розпаду відповідають за понад половину природного опромінення. Зараз середня річна доза опромінення населення становить 2,4 мЗв (240 мбер), з яких 1,5 мЗв (150 мбер) припадає на внутрішнє опромінення радоном. Для забезпечення радонової безпеки необхідні удосконалені методи розрахунку радіоактивності повітряного середовища [1], які можуть бути створені на основі фізико-математичних моделей процесів виділення радону та його проникнення в приміщення. Проте роль дифузійних процесів еманції радону з мінеральної сировини у формуванні безпечного та комфортного середовища помешкання людини ще недостатньо вивчені.

2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Вплив радону на людей, у тій чи іншій мірі, охоплює все населення планети незалежно від статі, віку та професійної діяльності [2]. Дослідження рівня радону проводяться в питній воді [3, 4], природному газі [5], ґрунтовому повітрі [6], атмосферному повітрі [7]. Проте найбільша кількість робіт у багатьох країнах зосереджена на дослідженнях вмісту радону в повітрі приміщень житлових та громадських будівель [5, 8]. Інформація про високі рівні радону в повітрі житлових будинків, що не пов'язані з виробничою діяльністю уранових шахт, вперше з'явилася у Швеції в середині ХХ століття [9]. Це стало поштовхом для масових обстежень по всьому світу, результати яких пізніше були узагальнені та представлені у доповідях Наукового комітету з дії атомної радіації при Організації Об'єднаних Націй (НКДАР ООН) [10].

Інтерес до громадських будівель виник у дослідників порівняно нещодавно, і в основному обстежувались приміщення дитячих установ [8]. Дітям та співробітникам доводиться проводити більше часу в освітніх установах, ніж у будь-якому іншому місці, окрім дому. В оглядовій статті [9] автори зазначають, що рівні радону в повітрі приміщень дитячих установ вищі, ніж у житлових будівлях, через особливості вентиляційних та опалювальних систем. Крім того, у будівлях, зведених у середині ХХ століття та раніше, радіаційний контроль вмісту радону в повітрі не проводився. В проектах будівель часто не передбачались підвальні приміщення, які могли б виконувати роль "буфера" для ексхалції радону з поверхні підстилаючого ґрунту.

У більшості зарубіжних країн рівень радону в повітрі вимірюється в одиницях активності радону (ОА), однак у низці пострадянських країн (Азербайджан, Білорусь, Киргизія, Молдова, Таджикистан, Україна) використовуються показники середньорічної еквівалентної одиниці активності (ЕРОА) ізотопів радону (^{222}Rn , ^{220}Rn) [1]. Це спричиняє труднощі та помилки при співпраці з міжнародними організаціями, такими як НКДАР ООН і ВООЗ [2, 10]. Враховуючи, що радіометри аерозолів є

основним інструментом вимірювань, перехід на нормування за одиницями активності радону вимагає великих фінансових витрат та часу [8].

За оцінками, середній рівень об'ємної активності (ОА) радону в повітрі приміщень по світу становить близько 40 Бк/м³, проте в країнах з високим природним радіаційним фоном (Швейцарія, Сербія) цей рівень може в кілька разів перевищувати середньосвітовий [2]. Наприклад, в школах і дитячих садках 20 країн рівень ОА радону варіюється від 17 Бк/м³ (Саудівська Аравія) до 317 Бк/м³ (Словаччина) [11]. У період з 2010 по 2020 рік рівень ОА радону в приміщеннях початкових класів різних країн варіювався від 27 до 480 Бк/м³, середнє значення становило 133,43±95,14 Бк/м³, а середнє геометричне – 109,06±1,87 Бк/м³ [9]. У 63 країнах, зокрема 42 європейських, середнє арифметичне значення ОА радону в повітрі приміщень дитячих садків і шкіл становило 59 Бк/м³, а середнє геометричне — 36 Бк/м³ [8]. Відомо, що в 1/3 обстежених приміщень дитячих установ Португалії та Іспанії рівень ОА радону перевищував референтний рівень 300 Бк/м³, а в 75% приміщень перевищував рекомендований ВООЗ рівень 100 Бк/м³ [9]. У США, зокрема в штаті Нью-Йорк, рівень ОА радону в школах варіювався від 148 Бк/м³ до 740 Бк/м³, перевищуючи встановлені норми [2]. Не менш характерною є ситуація в Чорногорії, де середня ОА радону в повітрі приміщень 213 дитячих садків перевищувала 300 Бк/м³, а в 111 приміщеннях 47 шкіл рівень перевищував 1000 Бк/м³ [12]. Це свідчить про ризик розвитку радон-індукованого раку легень при тривалому перебуванні в погано вентильованих приміщеннях. У Фінляндії максимальний рівень ОА радону в дитячих садках і школах становив 2426 Бк/м³ та 4205 Бк/м³ відповідно, що вимагало негайних дій з боку освітніх установ для зниження рівня радону [11].

3 ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є розвиток теоретичних основ моделювання розповсюдження газу радон в приміщенні. Основні задачі дослідження – це розробки методів оцінки змін концентрації радону в будівлі при переході від активного до пасивного режимів експлуатації, а також, оцінка кратності обміну повітряної маси для зниження концентрації радону. Під активним режимом експлуатації приміщення розуміємо режим утримання приміщення при активній діяльності людини, а пасивний режим в протилежному випадку.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Суть розробленого підходу до визначення механізмів і параметрів надходження радону полягає в безперервному вимірюванні концентрації радону і різниці температур зовні і всередині приміщення з кроком в одну годину [3]. Такі умови проведення вимірювань необхідні для відстеження динаміки концентрації радону під час переходу приміщення з активного режиму експлуатації (під час активної діяльності людини в приміщенні) у стаціонарний стан (коли люди покидають приміщення наприкінці робочого дня або лягають спати). У стаціонарному стані природний повітрообмін у приміщенні за визначенням менший, ніж в активному режимі, і при цьому відбувається накопичення радону в приміщенні (зростання концентрації). Пропонується використовувати при обробці вимірювань не досягнуте максимальне значення концентрації радону в приміщенні, а всю криву накопичення. Такий принцип обробки вимірювань близький до методу вимірювань у накопичувальній камері, описаного в роботі [3]. Визначення параметрів надходження і накопичення радону в розробленому підході проводиться на підставі аналізу часового ряду зміни концентрації радону.

Типовий вигляд часового ряду концентрації радону (A , Бк/м³) наведено на рис. 1. Близький до наведеного характер зміни концентрації радону в часі показано в багатьох роботах [3, 8].

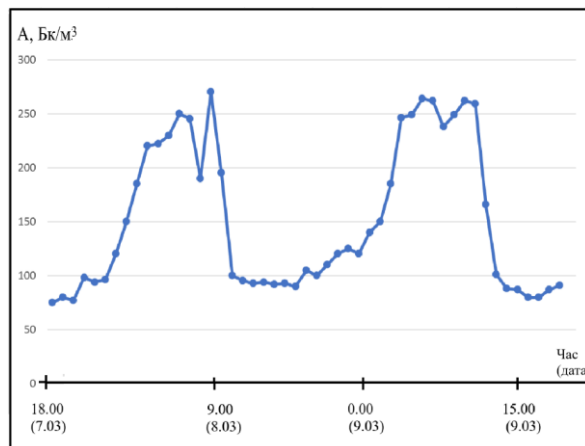


Рис. 1. Типовий вид часового ряду концентрації радону

Накопичення радону для стаціонарного режиму експлуатації приміщення являє собою процес із виходом на насичення. При цьому, вихід значення концентрації радону в приміщенні на рівновагу визначається деякими постійними параметрами (швидкістю надходження радону і кратністю повітрообміну). Для оцінки цих параметрів необхідно математично описати процес зміни концентрації радону в часі. Дослідження, присвячені надходженню радону в приміщення будівель, традиційно спираються на різного роду математичні моделі. Це зумовлено насамперед тим, що складність визначення реального надходження радону в конкретні будівлі не дає змоги проводити експериментальні вимірювання всіх необхідних параметрів. Тимчасова залежність концентрації радону $A(t)$ у приміщенні може бути представлена у вигляді відомого диференціального рівняння першого порядку (передбачається, що радон перемішується миттєво по всьому об'єму приміщення)

$$\frac{dA(t)}{dt} = S(t) - (A(t) - A_{R_n}^{amm}) \lambda_v(t) - (A(t) - A_{R_n}^{amm}) \lambda_{R_n}, \quad (1)$$

де: функція $S(t)$ описує сумарне питоме надходження радону в одиничний об'єм приміщення (швидкість надходження), Бк/(м³·год); $\lambda_v(t)$ – функція, що описує залежність значення кратності повітрообміну від часу, год⁻¹; $\lambda_{R_n} = 0,00755 \text{ год}^{-1}$ – постійна розпаду радону; $A_{R_n}^{amm}$ – концентрація радону в зовнішньому повітрі, Бк/м³.

Оскільки навіть повністю закриті приміщення матиме кратність повітрообміну в стаціонарному режимі експлуатації на рівні принаймні 0,05 год⁻¹, що набагато більше за постійну розпаду, третім членом рівняння (1) можна знехтувати.

У свою чергу, для м. Одеси середня концентрація радону у зовнішньому повітрі $A_{R_n}^{amm}$ (отримана на підставі тривалого повноsezонного вимірювання повноsezонного вимірювання за допомогою радон-монітора AlphaGUARD) становить 12 Бк/м³.

Таким чином, внесок $A_{R_n}^{amm}$ у рівні концентрації радону надалі також не враховувався.

Сумарна швидкість надходження радону S_0 у певний момент часу зумовлена двома основними механізмами: дифузійним і конвективним $S_0 = S_D + S_C$, де S_D і S_C

відповідно швидкості дифузійного та конвективного надходження радону в приміщення, Бк/(м³·год).

Для опису швидкості дифузійного надходження радону, S_D вводять до розгляду щільність потоку радону (швидкість ексхаляції радону) q , так що $S_D = \frac{\sum_j q_j \Pi_j}{V}$, де q_j – швидкість ексхаляції радону з j -ої поверхні, Бк/(м²·с), площа якої дорівнює Π_j , м²; V – об'єм приміщення, м³.

Швидкість ексхаляції радону можна безпосередньо пов'язати з питомою активністю радію-226 у будівельному матеріалі $q = C_{R_a} \rho E \sqrt{\frac{\lambda_{R_n} D_c}{\varepsilon}} \operatorname{th} \left(d \sqrt{\frac{\lambda_{R_n} \varepsilon}{D_c}} \right)$, де C_{R_a} – питома активність радію-226 у матеріалі шару, Бк/кг; ρ – щільність матеріалу, кг/м³; E – коефіцієнт еманування радону; D_c – коефіцієнт дифузії в матеріалі шару, м²·с⁻¹; ε – пористість матеріалу; d – половина товщини шару матеріалу, м.

Базовий підхід до опису швидкості конвективного надходження радону в приміщення ґрунтується на простій аналогії потоку, викликаного різницею тисків [3]. У цьому випадку, швидкість конвективного надходження радону, S_c , описується формулою $S_c = A_c \frac{\Delta P}{R_c} V^{-1}$, де A_c – концентрація радону в конвективному потоці повітря, Бк/м³; ΔP – різниця тисків, що зумовлює конвективний потік, Па; R_c – загальний опір конструкції будівлі надходженню конвективного потоку повітря, Па·с·м³.

Параметри в правій частині рівняння безпосередньо залежать від того, яке середовище або простір є джерелом конвективного потоку повітря. Це може бути підпільний простір під будівлею або інше приміщення. Детальніші моделі конвективного механізму надходження радону в приміщення ґрунтуються на введенні в розгляд специфічних параметрів, що характеризують конкретні властивості будівлі та кліматичні умови [3].

Так, у рамках моделі, яку використовують у Фінському Центрі радіаційної та ядерної безпеки [11], різниця тисків у ґрунтовому повітрі та у приміщенні на рівні підлоги пов'язується з різницею температур у приміщенні T_{in} і в зовнішній атмосфері T_{out} та рівнем нейтрального тиску H_{npl} (Neutral Pressure Level), на якому досягається рівність тисків усередині та зовні будівлі. Тоді [11] $\Delta P = \rho_0 g H_{npl} \frac{T_{in} - T_{out}}{T_{in}}$, де ρ_0 – густина повітря за нормального тиску, кг/м³; g – прискорення вільного падіння, м/с².

У [3, 9] ключовими характеристиками будівлі виступають ефективна площа натікання Π_{nat}^{ef} і площа натікання радону $\Pi_{nat}^{R_n}$. Ефективна площа натікання Π_{nat}^{ef} показує площу відкритих ділянок в оболонці будівлі, через які повітря може надходити або виходити з будівлі. Введення і широке використання параметра Π_{nat}^{ef} тісно пов'язане з тим, що було створено і відпрацьовано експериментальну процедуру його вимірювання за допомогою нагнітальних дверей (аеродвері) [5]. За аналогією з ефективною площею натікання, для опису конвективного перенесення радону в будівлю використовується таке поняття, як площа натікання радону $\Pi_{nat}^{R_n}$. Згідно з [3] швидкість конвективного надходження радону S_c , зумовлена ефектом димаря (стек-

ефектом), може бути виражена через площу натікання радону $\Pi_{nat}^{R_n}$ та показник степеня n_r , який залежить від аеродинамічних характеристик місць інфільтрації та ексфільтрації повітря в будівлі $S_c = A_c \Pi_{nat}^{R_n} \nu_0 \left(\frac{\Delta \rho g H}{P_0} \right) V^{-1}$, де H – висота будівлі, а різниця густин повітря $\Delta \rho = \rho_0 (T_{in} - T_{out}) / T_{in}$ визначається через різницю температур усередині будівлі та поза нею, ν_0 – швидкість інфільтрації повітря, пов'язана з величиною тиску P_0 , м/с.

Наведені підходи до моделювання конвективного надходження дають можливість робити принципові висновки про залежність концентрації радону в приміщенні від різниці температур між внутрішнім об'ємом приміщення і зовнішньою атмосферою $\Delta T = T_{in} - T_{out}$.

Зокрема, у роботі [11], модель, розроблена у Фінському Центрі радіаційної та ядерної безпеки, була використана для вивчення сезонних варіацій концентрації радону.

Теоретичні уявлення та експериментальні дані про зв'язок швидкості надходження радону з різницею температур ΔT дають змогу запропонувати спосіб визначення внеску дифузійного та конвективного потоку (механізму надходження) радону в приміщення на підставі вивчення залежності концентрації радону від різниці температур між внутрішнім об'ємом приміщення і зовнішньою атмосферою.

Швидкість надходження радону S_0 для $\Delta T \neq 0$ обумовлена сумарним дифузійним і конвективним надходженням радону в приміщення. З огляду на те, що конвективний потік радону в приміщенні визначається різницею температур ΔT , при $\Delta T = 0$ внесок цього механізму в сумарну швидкість надходження можна виключити. Тому швидкість надходження радону S_0 при $\Delta T = 0$ відповідатиме швидкості дифузійного надходження радону.

Залежність швидкості надходження радону в приміщення S_0 для рівних різниць температур ΔT дає змогу встановити домінуючий потік радону – дифузійний, за відсутності залежності швидкості надходження радону від ΔT , або конвективний, що відповідає значному зростанню швидкості надходження радону зі зростанням ΔT . При цьому, внесок дифузійного потоку радону в приміщенні може бути визначено як відношення швидкості надходження радону при нульовій різниці температур ΔT до швидкості надходження радону при середній заданій різниці температур ΔT_{cp} :

$$M(\%) = \rho_0 \frac{S_0(0)}{S_0(\Delta T_{cp})} 100\%. \quad \text{З урахуванням прийнятих припущень загальний}$$

розв'язок рівняння (1) може бути представлено у вигляді $A(t)e^{\int \lambda_v(t) dt} = \int S(t)e^{\int \lambda_v(t) dt} dt + A_0$, де A_0 – константа інтегрування, що відповідає концентрації радону в початковий момент часу, Бк/м³.

Розв'язок рівняння для часової залежності концентрації радону $A(t)$ описується таким виразом

$$A(t) = e^{-\int \lambda_v(t) dt} \int S(t)e^{\int \lambda_v(t) dt} dt + A_0 e^{-\int \lambda_v(t) dt}. \quad (2)$$

У роботі [3] показано, що в межах добових вимірювань значення швидкості надходження радону не зазнає істотних змін у часі. Таким чином, для характерного необхідного для отримання кривої накопичення радону добового періоду, зміна

сумарної швидкості надходження радону визначатиметься виключно різницею температури ΔT . Якщо тепер припустити, що кратність повітрообміну постійна величина, що відповідає стаціонарному режиму експлуатації приміщення, то рівняння може бути записано у вигляді

$$A(t) = \frac{S_0}{\lambda_0} + \left(A_0 - \frac{S_0}{\lambda_0} \right) e^{-\lambda_0 t}, \quad (3)$$

де λ_0 – кратність повітрообміну за стаціонарного режиму експлуатації приміщення, год⁻¹; S_0 – сумарна швидкість надходження радону в одиничний об'єм приміщення, Бк/(м³·год).

Накопичення активності являє собою процес, обумовлений швидкістю надходження радону в приміщення і кратністю повітрообміну в стаціонарному стані, з виходом на насичення $A_{\max} = S_0 / \lambda_0$. У цьому випадку, рівняння (3) набуває вигляду

$$A(t) = A_{\max} (1 - e^{-\lambda_0 t}) + A_0 e^{-\lambda_0 t}, \quad (4)$$

де A_{\max} – максимальна концентрація радону, яка може бути досягнута в приміщенні за заданих умов, Бк/м³.

Рівняння (3), у якому $\lambda_v = \lambda_0$, описує процес накопичення радону у квазістаціонарному стані приміщення. У реальності активна діяльність людини в приміщенні призводить до змін кратності повітрообміну. При цьому процес накопичення активності не досягає свого насичення і не завжди виходить у стаціонарний стан, тому представляє інтерес опис часових рядів концентрації радону в діючих приміщеннях зі змінною кратністю повітрообміну для отримання параметрів реальних співвідношень між режимами повітрообміну. Для цього необхідно описати функцію $\lambda_v(t)$.

Під час переходу приміщення в активний режим експлуатації (наприклад, під час відчинення вікон) функція $\lambda_v(t)$ демонструватиме ступінчасте зростання. Під час зачинення вікон, кратність повітрообміну повертатиметься до свого стаціонарного значення λ_0 . Процес зміни функції $\lambda_v(t)$ під час відчинення вікон або ввімкнення примусової вентиляції (як процеси, які найбільш значуще впливають на значення кратності повітрообміну) зручно описати за допомогою функції Хевісайда $\theta(t)$, таким виразом: $\lambda_v(t) = \lambda_0 + \lambda \theta(N-t)$, де N характеризує тривалість провітрювання, год; λ – додаткова кратність повітрообміну, зумовлена діяльністю людини, 1 (при цьому, $\lambda_{\text{акт}} = \lambda + \lambda_0$ відповідає кратності повітрообміну за активного режиму експлуатації приміщення).

Функція Хевісайда може бути записана у вигляді безперервної функції $\theta(N-t) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{e^{2(k(N-t))} - 1}{e^{2(k(N-t))} + 1}$, де k – коефіцієнт підйому, більшому k відповідає крутіший підйом функції в точці $t = N$.

Таким чином, для процесу зміни функції $\lambda_v(t)$ під час відкривання вікна було прийнято вираз (5)

$$\lambda_v(t) = \lambda_0 + \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{e^{2(kN-kt)} - 1}{e^{2(kN-kt)} + 1} \right). \quad (5)$$

Зручно покласти коефіцієнт $k = 50$, при цьому час переходу між станами становить приблизно 5 хвилин, що набагато менше кроку вимірювань, який дорівнює 60 хвилинам.

Підставивши вираз (5) для кратності повітрообміну в загальний розв'язок рівняння для часової залежності концентрації радону $A(t)$ (2), і поклавши швидкість надходження радону до приміщення такою, що дорівнює величині S_0 , отримаємо такий вираз

$$A(t) = \frac{1}{6} e^{-\lambda_0 t} (W - e^{-2kt} (W - 1))^{-\lambda/2k} (S_0 \lambda_0^2 t^3 + 3S_0 \lambda_0 t^2 + S_0 \lambda t^2 + S_0 \lambda t^2 (W - 1) 2k W t - 2\lambda_0 t + \lambda t (W - 1) - 3) + 6S_0 t + 6A_0 e^{-\lambda N} W^{-\lambda/2k}, \quad (6)$$

де $W = (e^{2N} + 1)^{-1}$.

Якщо тепер покласти, що $\lambda = 0$ (при значенні кратності повітрообміну $\lambda_v = \lambda_0$, що відповідає кратності повітрообміну в стаціонарному режимі експлуатації приміщення), отримаємо для виразу (6)

$$A(t) = \frac{S_0}{\lambda_0} e^{-\lambda_0 t} \left(\lambda_0 t + \frac{1}{2} \lambda_0^2 t^2 + \frac{1}{6} \lambda_0^3 t^3 \right) + A_0 e^{-\lambda_0 t}. \quad (7)$$

Оскільки вираз $1 + \lambda_0 t + \frac{1}{2!} \lambda_0^2 t^2 + \frac{1}{3!} \lambda_0^3 t^3 \dots$ являє собою розкладання функції $e^{\lambda_0 t}$ в ряд Тейлора, то вираз (7) при $\lambda = 0$ відповідає отриманому.

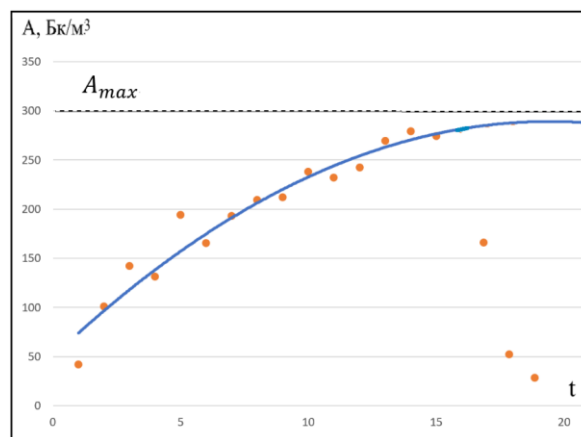


Рис. 2. Часова залежність концентрації радону, що характеризує перехід із стаціонарного до активного режиму експлуатації

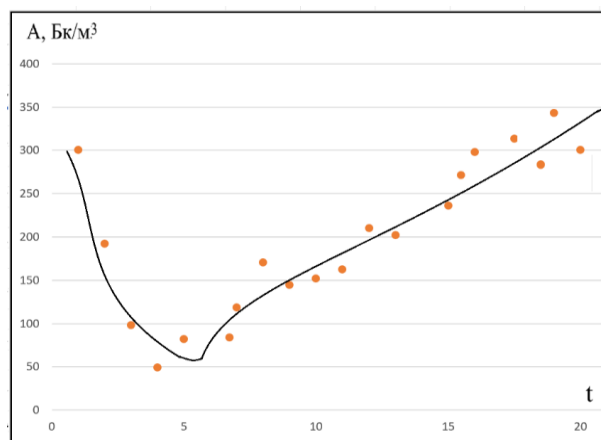


Рис. 3. Часова залежність концентрації радону, що характеризує перехід із активного до стаціонарного режиму експлуатації

Раніше рівнянню часової залежності концентрації радону для постійної стаціонарної кратності повітрообміну (4).

Рівняння (6) можна вважати базовим для моделювання надходження і накопичення радону в атмосфері приміщень.

Простіший вираз (4) для постійної кратності повітрообміну також дає змогу одержати значення швидкості надходження радону S_0 і кратності повітрообміну λ_0 . Своєю чергою рівняння (6) дає змогу отримати значення кратності повітрообміну в активному режимі експлуатації $\lambda_{акт}$.

Рівняння (4) і (6) були використані для опису ділянок часового ряду концентрації радону, що характеризують переходи приміщення зі стаціонарного в активний режим експлуатації. Після виділення шуканих ділянок кожна з кривих зміни концентрації радону задавалася нелінійною регресійною моделлю за допомогою рівнянь (4) (Рис.2) або (6) (Рис.3).

На підставі оцінки параметрів регресійної моделі можуть бути отримані основні значення, що цікавлять: сумарна швидкість надходження радону S_0 , λ_0 (кратність повітрообміну у стаціонарному режимі експлуатації), $\lambda_{акт} = \lambda + \lambda_0$ (кратність повітрообміну в активному режимі). При цьому середнє значення $\lambda_{ср}$ може бути отримано усередненням значень кратності повітрообміну λ_0 і $\lambda_{акт}$ з вагами, відповідними часу знаходження приміщення в стаціонарному і активному режимах експлуатації.

5 ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Вентиляція відіграє важливу роль у зменшенні накопичення радону в житлових приміщеннях, сприяючи обміну повітря в приміщенні з зовнішнім повітрям, що допомагає знизити концентрацію радону. Математичне моделювання конвекційних механізмів і дифузії радону допомагають зрозуміти складні процеси, за допомогою яких радон рухається всередині будівель.

Математичні рівняння дозволяють описати, як радон потрапляє в будівлі, як він рухається крізь різні матеріали і як він накопичується в різних зонах (у підвалах або на перших поверхах). Моделювання використовується для точного прогнозу рівнів радону за різних умов (швидкість вентиляції, будівельні матеріали, погодні умови). Ці прогнози мають важливе значення для оцінки ризику та забезпечення того, щоб концентрація радону залишалася нижче безпечного рівня. Такі моделі особливо корисні, коли неможливо провести масштабні вимірювання в кожній будівлі або на кожній ділянці.

Математичні моделі можуть імітувати, як різні стратегії вентиляції (відкриття вікон, механічні системи вентиляції) впливають на концентрацію радону в будівлі. Розуміючи взаємозв'язок між швидкістю вентиляції та видаленням радону, проєктувальники та інженери будівель можуть оптимізувати системи вентиляції для мінімізації радону.

6 ВИСНОВКИ

Таким чином, вентиляція відіграє важливу роль в управлінні концентрацією радону в приміщенні, сприяючи повітрообміну, зменшуючи надходження радону і запобігаючи його накопиченню в житлових приміщеннях, тим самим захищаючи мешканців від опромінення радоном.

Нами запропоновано математичну модель, що описує роль вентиляції у зменшенні концентрації радону з урахуванням як дифузійного, так і конвективного механізмів поширення радону в приміщенні. Узагальнена модель дає змогу оцінити в конкретних цифрових параметрах роль вентиляції у зменшенні концентрації радону. Ці оцінки відіграють важливу роль при обґрунтуванні економічної ефективності наявної вентиляційної системи та дозволяють задавати цільові параметри проєктованих вентиляційних систем.

7 ЕТИЧНІ ДЕКЛАРАЦІЇ

Автори не мають відповідних фінансових чи нефінансових інтересів, які слід розкривати.

Література

1. Про захист людини від впливу іонізуючого випромінювання. Закон України від 17.09.2023 №15/98-ВР. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/15/98-%D0%B2%D1%80#>
2. WHO handbook on indoor radon: a public health perspective. Geneva : WHO Press, 2009. 110 p. ISBN 978-92-4-154767-3.
3. Komov I.L., Frolov O.S., Didenko P.I. et al. Methods and Facilities for the Assessment of the Radon-Hazard Potential. Kyiv: Logos. 2004. 416 p.
4. Management of radioactivity in drinking-water. Geneva : WHO Press, 2018. 104 p. ISBN 978-92-4-151374-6.
5. Antignani S., Venoso G., Ampollini M. et al. A 10-year follow-up study of yearly indoor radon measurements in homes, review of other studies and implications on lung cancer risk estimates. Science of The Total Environment. 2021. 762. P.144150. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969720376816>
6. Kaur M., Kumar A., Mehra R., Mishra R. Study of radon/thoron exhalation rate, soil-gas radon concentration, and assessment of indoor radon/thoron concentration in Siwalik Himalayas of Jammu & Kashmir. Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal. 2018. 24(8). P.22752287. doi: 10.1080/10807039.2018.1443793
7. Celikovic I., Pantelic G., Vukanac I. [et al.]. Outdoor radon as a tool to estimate radon priority areas - a literature overview. International Journal of Environmental Research and Public Health. 2022. 19(2). P. 662. URL: <https://www.mdpi.com/1660-4601/19/2/662>
8. Sa, J. P. [et al.]. Radon in indoor air: towards continuous monitoring. Sustainability. 2022. 14(3). P. 1529. URL: <https://www.mdpi.com/2071-1050/14/3/1529>
9. Su C., Pan M., Zhang Y. [et al.]. Indoor exposure levels of radon in dwellings, schools, and offices in China from 2000 to 2020: A systematic review. Indoor Air. 2022. 32(1).P. 12920. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ina.12920>
10. Ionizing radiation: sources and biological effects. UNSCEAR 1982 Report to the General Assembly, with annexes. New York : United Nations, 1982. 773 p. ISBN 92-1-142200-0.
11. Kojo K., Kurttio P. Indoor Radon Measurements in Finnish Daycare Centers and Schools - Enforcement of the Radiation Act. International Journal of Environmental Research and Public Health. 2020. 17(8). P. 2877. URL: <https://www.mdpi.com/1660-4601/17/8/2877>
12. Vukotic P., Zekic R., Andjelic T., Svrkota N. [et al.]. Radon on the ground floor in the buildings of pre-university education in Montenegro Nukleonika, 2020. 65. P.53-58. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:219548331>

References

1. Про захист людини від впливу іонізуючого випромінювання. Закон України від 17.09.2023 №15/98-ВР. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/15/98-%D0%B2%D1%80#>
2. WHO handbook on indoor radon: a public health perspective. (2009). Geneva: WHO Press. ISBN 978-92-4-154767-3.
3. Komov, I.L., Frolov, O.S., Didenko, P.I. et al. (2004), *Methods and Facilities for the Assessment of the Radon-Hazard Potential*. Kyiv: Logos.

4. Management of radioactivity in drinking-water. (2018), Geneva: WHO Press. ISBN 978-92-4-151374-6.
5. Antignani, S., Venoso, G., Ampollini, M. et al. (2021). A 10-year follow-up study of yearly indoor radon measurements in homes, review of other studies and implications on lung cancer risk estimates. *Science of The Total Environment*. (762). 144150. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969720376816>
6. Kaur, M., Kumar, A., Mehra, R., Mishra, R. (2018). Study of radon/thoron exhalation rate, soil-gas radon concentration, and assessment of indoor radon/thoron concentration in Siwalik Himalayas of Jammu & Kashmir. *Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal*. 24(8). 22752287. doi: 10.1080/10807039.2018.1443793
7. Celikovic, I., Pantelic, G., Vukanac, I. et al. (2022). Outdoor radon as a tool to estimate radon priority areas - a literature overview. *International Journal of Environmental Research and Public Health*. 19(2). 662. URL: <https://www.mdpi.com/1660-4601/19/2/662>
8. Sa, J. P. et al. (2022). Radon in indoor air: towards continuous monitoring. *Sustainability*. 14(3). 1529. URL: <https://www.mdpi.com/2071-1050/14/3/1529>
9. Su C., Pan M., Zhang Y. et al. (2022), Indoor exposure levels of radon in dwellings, schools, and offices in China from 2000 to 2020: A systematic review. *Indoor Air*. 32(1). 12920. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ina.12920>
10. Ionizing radiation: sources and biological effects. UNSCEAR 1982 Report to the General Assembly, with annexes. (1982). New York: United Nations. ISBN 92-1-142200-0.
11. Kojo, K., Kurttio, P. (2020). Indoor Radon Measurements in Finnish Daycare Centers and Schools -Enforcement of the Radiation Act. *International Journal of Environmental Research and Public Health*. 17(8). P.2877. URL: <https://www.mdpi.com/1660-4601/17/8/2877>
12. Vukotic, P., Zekic, R., Andjelic, T., Svrkota, N. et al. (2020). Radon on the ground floor in the buildings of pre-university education in Montenegro. *Nukleonika*. (65). 53-58. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:219548331>

Кіосак Володимир Анатолійович

Одеська державна академія архітектури та будівництва,
д.ф.-м.н., професор,
вул. Дідріхсона, 4 Одеса, Україна, 65029
kiosakv@ukr.net,
ORCID: 0000-0002-7433-6709

Патрашку Євген Вікторович

Одеська державна академія архітектури та будівництва,
аспірант
вул. Дідріхсона, 4 Одеса, Україна, 65029
patrashku07@gmail.com
ORCID: 0009-0008-4802-2889

Для посилань:

Кіосак В. А., Патрашку Є. В. Моделювання впливу вентиляції на концентрацію радону в приміщенні. *Механіка та математичні методи*, 2025. Т. VII. №. 1. С. 78–89.

For references:

V. Kiosak, Ye. Patrashku. (2025). Modelling the effect of ventilation on indoor radon concentration. *Mechanics and Mathematical Methods*. VII (1). 78-89.