

УДК 521.1

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ СУПУТНИКА ПІД ДІЄЮ МОМЕНТУ СИЛ СВІТЛОВОГО ТИСКУ

Рачинська А. Л.¹, Купчак О. І.¹

¹Одеський національний університет імені І.І. Мечникова

Анотація: Досліджено швидкий обертальний рух динамічно несиметричного супутника відносно центру мас під дією моменту сил світлового тиску. Орбітальні рухи з довільним ексцентриситетом вважаються заданими. Аналізується система, отримана після усереднення за рухом Ейлера-Пуансо. Дослідження проводиться в безрозмірному вигляді, що дозволяє отримати багатопараметричну систему рівнянь руху. Проведено аналіз впливу параметрів задачі на характер руху супутника відносно центру мас. Моделюється годограф вектора кінетичного моменту в тривимірному просторі для різних значень параметрів системи. Отримано критерій виникнення різних видів годографа вектора кінетичного моменту.

Ключові слова: геометрія мас, годограф, кінетичний момент, критерій, світловий тиск, супутник.

STUDY OF THE SATELLITE MOTION UNDER THE ACTION OF MOMENT OF LIGHT PRESSURE FORCES

A. Rachinskaya¹, A. Kupchak¹

¹Odessa I. I. Mechnikov National University

Abstract: The fast rotational motion of a dynamically asymmetric body relative to the center of mass under the action of a moment of force of light pressure has been researched. The surface of the satellite represents a surface of rotation. The center of mass of the satellite moves in a Keplerian ellipse with an arbitrary given eccentricity. The system of equations of body motion relative to the center of mass, obtained after averaging over the Euler-Poinsot motion, is being analyzed. As a result of averaging, the functions of the system depend on complete elliptic integrals of the first and second kind. The research of the equations of motion is carried out in a dimensionless form. The distinctive parameters of the problem are: the angular velocity of the orbital motion, the moment of inertia about one of the main central axes of inertia of the solid, and the modulus of the satellite kinetic moment vector at the initial moment of time. A multiparameter system of equations of body motion has been obtained. The analysis of the effect of the moment of the forces of light pressure on the nature of the motion of the satellite relative to the center of mass has been carried out. It has been established that an increase in the characteristic number of the model leads to an increase in the amplitude of the function of the angle of deviation of the angular kinetic momentum vector from vertical to the orbit plane. And also to an increase in the rate of rotation of the kinetic moment vector near the vertical to the orbital plane. Simulation of satellite motion is being carried out for different types of trajectories of motion of the center of mass. This work is researching the effect of the magnitude of the modulus of elliptic functions on the nature of body motion relative to the center of mass. To carry out a complete analysis of the constructed mathematical model, own package for the hodograph visualization of the kinetic moment vector in three-dimensional space has been developed. The construction of hodograph of the kinetic moment vector has been implemented for various values of the system parameters. The hodograph is being built on a sphere of unit radius. The significant effect of satellite orbit eccentricity and geometry of the body mass has been shown. The character of the hodograph of the kinetic moment vector for dynamically “elongated” and “oblate” bodies is being analyzed. A criterion of the occurrence of various types of hodographs of the kinetic moment vector, which has a geometric interpretation of the results, has been obtained.

Keywords: mass geometry; hodograph; kinetic moment; criterion, light pressure; satellite.

1 ВВЕДЕННЯ

Дослідження задач динаміки руху твердих тіл відносно нерухомої точки залишається актуальним протягом багатьох десятиліть. Це зумовлено зростанням вимог до точності вирішення практичних завдань космонавтики, гіроскопії та ін. Стрімкий розвиток ІТ-технологій дозволяє не тільки застосовувати нові методики дослідження задач, але й проводити моделювання досліджуваних процесів.

Розробка власних пакетів для моделювання механічних процесів дозволяє проводити дослідження руху твердого тіла відносно нерухомої точки під дією різних силових факторів, а також їх сукупності. Для кожного силового фактора будується необхідна фізична і математична моделі, а також досліджується питання взаємодії силових факторів. Для узагальнення отриманих результатів необхідно будувати моделі в безрозмірному вигляді, вибираючи в якості масштабу характерні параметри задачі.

Однією з важливих характеристик обертального руху твердого тіла відносно нерухомої точки є вектор кінетичного моменту. Годограф даного вектора є просторовою кривою, яка дозволяє досліджувати характер руху твердого тіла і визначити необхідні співвідношення між параметрами моделі

2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Розглянемо рух супутника відносно центру мас під дією моменту сил світлового тиску. Обертальні рухи розглядаються в рамках моделі твердого тіла, центр мас якого рухається заданою фіксованою еліптичною орбітою навколо Сонця [1]. Завдання дослідження обертального руху космічного апарату під дією моменту сил світлового тиску є одним з найважливіших розділів динаміки обертального руху твердого тіла відносно центру мас. Спочатку вивчалися супутники і космічні апарати, оснащені протяжними сонячними батареями або відбивними антенами. Потім з'явилася задача про управління орієнтацією за допомогою світлового тиску. Дослідженням обертальних рухів тіл відносно центру мас під дією збурюючих моментів сил різної природи (гравітаційних, світлового тиску, впливу порожнини, заповненої в'язкою рідиною, і ін.). Близьким до наведеного нижче, присвячені роботи [1-8].

Введемо три декартові системи координат, початок яких поєднуємо з центром інерції супутника [1]. Система координат $Ox_i (i=1,2,3)$ рухається послідовно разом з центром інерції: вісь Ox_1 паралельна радіус-вектору перигелія орбіти, вісь Ox_2 – вектору швидкості центру мас супутника в перигелії, вісь Ox_3 – нормалі до площини орбіти. Система координат $Oy_i (i=1,2,3)$ зв'язана з вектором кінетичного моменту G . Вісь Oy_3 напрямлена по вектору кінетичного моменту G , вісь Oy_2 лежить у площині орбіти (т.б. у площині Ox_1x_2), вісь Oy_1 лежить у площині Ox_3y_3 та напрямлена так, що вектори y_1, y_2, y_3 утворюють праву трійку [1]. Вісі системи координат $Oz_i (i=1,2,3)$ пов'язані з головними центральними осями інерції твердого тіла. Взаємне положення головних центральних осей інерції та осей Oy_i визначається кутами Ейлера. При цьому направляючі косинуси α_{ij} осей Oz_i відносно системи Oy_i виражаються через кути Ейлера φ, ψ, θ за відомими формулами [1]. Положення вектора кінетичного моменту G відносно його центру мас у системі координат Ox_i визначається кутами λ та δ , як показано в [1].

Рівняння руху тіла відносно центру мас запишемо в формі [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dt} &= L_3, \quad \frac{d\delta}{dt} = \frac{L_1}{G}, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{L_2}{G \sin \delta}, \\ \frac{d\theta}{dt} &= G \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right) + \frac{L_2 \cos \psi - L_1 \sin \psi}{G}, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= G \cos \theta \left(\frac{1}{A_3} - \frac{\sin^2 \varphi}{A_1} - \frac{\cos^2 \varphi}{A_2} \right) + \frac{L_1 \cos \psi + L_2 \sin \psi}{G \sin \theta}, \\ \frac{d\psi}{dt} &= G \left(\frac{\sin^2 \varphi}{A_1} + \frac{\cos^2 \varphi}{A_2} \right) - \frac{L_1 \cos \psi + L_2 \sin \psi}{G} \operatorname{ctg} \theta - \frac{L_2}{G} \operatorname{ctg} \delta. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут L_i – моменти прикладених сил відносно осей Oy_i , G – величина кінетичного моменту, $A_i (i=1,2,3)$ – головні центральні моменти інерції відносно осей Oz_i .

У деяких випадках зручно поряд зі змінною θ використовувати в якості додаткової змінної важливу характеристику – кінетичну енергію T , похідна якої має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{2T}{G} L_3 + G \sin \theta \left[\cos \theta \left(\frac{\sin^2 \varphi}{A_1} + \frac{\cos^2 \varphi}{A_2} - \frac{1}{A_3} \right) (L_2 \cos \psi - L_1 \sin \psi) + \right. \\ &\left. + \sin \varphi \cos \varphi \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right) (L_1 \cos \psi + L_2 \sin \psi) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Центр мас супутника рухається кеплерівським еліпсом з ексцентриситетом e та частотою обертання ω_0 . Залежність істинної аномалії ν від часу t задається співвідношенням

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{\omega_0 (1 + e \cos \nu)^2}{(1 - e^2)^{3/2}}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{Q} = \sqrt{\frac{\mu(1 - e^2)^3}{l_0^3}}, \quad (3)$$

де l_0 – фокальний параметр орбіти, ω_0 – кутова швидкість орбітального руху, e – ексцентриситет орбіти, μ – гравітаційна стала. Проекції L_i моменту прикладених сил складаються з моменту сил світлового тиску L_i^c .

Припустимо, що поверхня космічного апарату представляє собою поверхню обертання, причому одиничний орт вісі симетрії k напрямлений вздовж вісі Oz_3 . Як показано в [1, 2], в цьому випадку для моменту сил світлового тиску, що діє на супутник, має місце формула

$$L^c = (a_c(\varepsilon_s) R_0^2 / R^2) e_r \times k, \quad a_c(\varepsilon_s) \frac{R_0^2}{R^2} = p_c S(\varepsilon_s) Z_0'(\varepsilon_s), \quad p_c = \frac{E_0}{c} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2. \quad (4)$$

Тут e_r – одиничний вектор за напрямом радіус-вектора орбіти; ε_s – кут між напрямками e_r й k так, що $|e_r \times k| = \sin \varepsilon_s$; R – поточний відстань від центру Сонця до центру мас супутника; R_0 – фіксоване значення R , наприклад, в початковий момент часу; $a_c(\varepsilon_s)$ – коефіцієнт моменту сил світлового тиску, який визначається властивостями поверхні; S – площа «тіні» на площині, нормальній до потоку; Z_0' – відстань від центру мас до центру тиску; p_c – величина світлового тиску на відстані R

від центра Сонця; c – швидкість світла; E_0 – величина потоку енергії світлового тиску на відстані R_0 від центру Сонця.

Вважаємо [1], що в силу симетрії відповідна функція (4) має вигляд $a_c = a_c(\cos \varepsilon_s)$ та апроксимуємо її тригонометричним поліномом за ступенями $\cos \varepsilon_s$. Представимо функцію $a_c(\cos \varepsilon_s)$ у вигляді $a_c = a_0 + a_1 \cos \varepsilon_s + \dots$. Розглянемо другий член розкладання, коли $a_c(\cos \varepsilon_s) = a_1 \cos \varepsilon_s$ в припущенні, що $a_1 \sim \varepsilon$.

Розглядається динамічно несиметричний супутник, в припущенні, що кутова швидкість ω руху супутника відносно центру мас істотно більше кутової швидкості орбітального руху ω_0 , т.б. $\varepsilon = \omega_0/\omega \sim A_1\omega_0/G \ll 1$. В цьому випадку кінетична енергія обертання тіла велика в порівнянні з моментами збурювальних сил.

3 ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Ставиться задача дослідження еволюції обертань супутника на асимптотично великому інтервалі часу $t \sim \varepsilon^{-2}$, на якому відбуваються значні зміни параметрів руху.

Для вирішення завдання будемо застосовувати метод усереднення [9].

4 МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

В результаті усереднення (1)-(2) по ψ , а потім за часом t з урахуванням залежності φ, θ від t [9] отримуємо систему рівнянь, в якій усереднені повільні змінні δ, λ, G, T зберігають свої позначення

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= -a_1 R_0^2 (2GR^2)^{-1} H \sin \delta \sin 2(\lambda - \nu), \quad \frac{d\lambda}{dt} = -a_1 R_0^2 (GR^2)^{-1} H \cos \delta \cos^2(\lambda - \nu), \\ \frac{dG}{dt} &= 0, \quad \frac{dT}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Функція $H(k)$ в перших двох рівняннях визначається співвідношеннями

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \left[3a^2 \frac{E(k^2)}{K(k^2)} - 1 \right], \quad \text{якщо } 2TA_2 - G^2 > 0, \\ H &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{3a^2}{k^2} \left[k^2 - 1 + \frac{E(k^2)}{K(k^2)} \right] - 1 \right\}, \quad \text{якщо } 2TA_2 - G^2 < 0, \\ a^2 &= \frac{\sigma + h}{1 + \sigma}, \quad \sigma = \frac{A_3(A_1 - A_2)}{A_1(A_2 - A_3)}, \quad h = \left(\frac{2T}{G^2} - \frac{1}{A_2} \right) \frac{A_2 A_3}{A_2 - A_3}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут $K(k^2)$ й $E(k^2)$ – повні еліптичні інтеграли першого та другого роду відповідно [10].

Як відомо [1] $R = \rho_0 / (1 + e \cos \nu)$, а фокальний параметр орбіти визначається рівністю $\rho_0 = \eta^{1/3} (1 - e^2) / \omega_0^{2/3}$, де η – гравітаційна стала. Тоді перші два рівняння системи (5) для кутів орієнтації вектора кінетичного моменту приймуть вигляд:

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{a_1 R_0^2}{2G} \frac{\omega_0^{4/3} (1 + e \cos \nu)^2}{\eta^{2/3} (1 - e^2)^2} H \sin \delta \sin 2(\lambda - \nu),$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{a_1 R_0^2 \omega_0^{4/3} (1+e \cos \nu)^2}{G \eta^{2/3} (1-e^2)^2} H \cos \delta \cos^2 (\lambda - \nu). \quad (7)$$

Згідно двом останнім рівнянням руху супутника під дією моменту сил світлового тиску в усередненої формі (5) кінетичний момент і кінетична енергія супутника є величини постійні.

5 ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ УСЕРЕДНЕНОГО ВЛАСНОГО ОБЕРТАННЯ СУПУТНИКА

Обезрозмірюємо рівняння руху супутника (7). За одиницю виміру часу візьмемо ω_0^{-1} , моменту інерції - A_1 й для модуля вектора кінетичного моменту – його початкове значення G_0 .

$$\tau = \omega_0 t, \quad \tilde{A}_2 = \frac{A_2}{A_1}, \quad \tilde{A}_3 = \frac{A_3}{A_1}, \quad \tilde{G} = \frac{G}{G_0}, \quad \tilde{T} = \frac{T A_1}{G_0^2}. \quad (8)$$

Проведемо обезрозмірювання співвідношень (6)

$$H = \frac{1}{2} \left[3a^2 \frac{E(k)}{K(k)} - 1 \right], \text{ якщо } 2\tilde{T}\tilde{A}_2 - \tilde{G}^2 > 0,$$

$$H = \frac{1}{2} \left\{ \frac{3a^2}{k^2} \left[k^2 - 1 + \frac{E(k)}{K(k)} \right] - 1 \right\}, \text{ якщо } 2\tilde{T}\tilde{A}_2 - \tilde{G}^2 < 0, \quad (9)$$

$$a^2 = \frac{\sigma + h}{1 + \sigma}, \quad \sigma = \frac{\tilde{A}_3 (1 - \tilde{A}_2)}{(\tilde{A}_2 - \tilde{A}_3)}, \quad h = \left(\frac{2\tilde{T}}{\tilde{G}^2} - \frac{1}{\tilde{A}_2} \right) \frac{\tilde{A}_2 \tilde{A}_3}{\tilde{A}_2 - \tilde{A}_3}.$$

Введемо безрозмірне характерне число даної моделі

$$\chi = \frac{a_1 R_0^2 \omega_0^{1/3}}{G_0 \eta^{2/3}}. \quad (10)$$

Рівняння системи (7) для кутів орієнтації вектора кінетичного моменту в безрозмірною формі приймають вигляд:

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -\frac{\chi}{2\tilde{G}} \frac{(1+e \cos \nu)^2}{(1-e^2)^2} H \sin \delta \sin 2(\lambda - \nu),$$

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = -\frac{\chi}{\tilde{G}} \frac{(1+e \cos \nu)^2}{(1-e^2)^2} H \cos \delta \cos^2 (\lambda - \nu). \quad (11)$$

$$\frac{d\nu}{d\tau} = \frac{(1+e \cos \nu)^2}{(1-e^2)^{3/2}}.$$

Проведемо чисельне дослідження для системи рівнянь (11), враховуючи (9), і рівняння зміни істинної аномалії (3) в безрозмірному вигляді ($e = 0$) для геометрії мас $\tilde{A}_2 = 0,8$, $\tilde{A}_3 = 0,5$; для початкових значень кутів $\delta_0 = 0,33\pi$, $\lambda_0 = 0$ та $\nu_0 = 0$; для характерних чисел задачі $\chi = 0,1;1;2$ для модуля еліптичних функцій $k^2 = 0,5$. Результат зміни кута відхилення вектора кінетичного моменту від вісі вертикалі представлено на рис. 1, кут повороту вектора кінетичного моменту навколо вісі

вертикалі - на рис. 2. Крива 1 відповідає значенню $\chi = 0,1$, крива 2 - $\chi = 1$, крива 3 - $\chi = 2$. Видно, що збільшення характерного числа призводить до збільшення амплітуди коливань графіка зміни кута δ та до росту градієнта зростання функції кута λ . Згідно отриманих графіків, вектор кінетичного моменту робить поворот близько осі вертикалі до площини орбіти проти годинникової стрілки. На рис. 3 представлений годограф вектора кінетичного моменту на сфері одиничного радіусу для отриманих чисельних результатів. Видно, що характер кривої годографа для всіх розрахункових випадків однаковий, але при цьому істотно змінюються період і амплітуда.

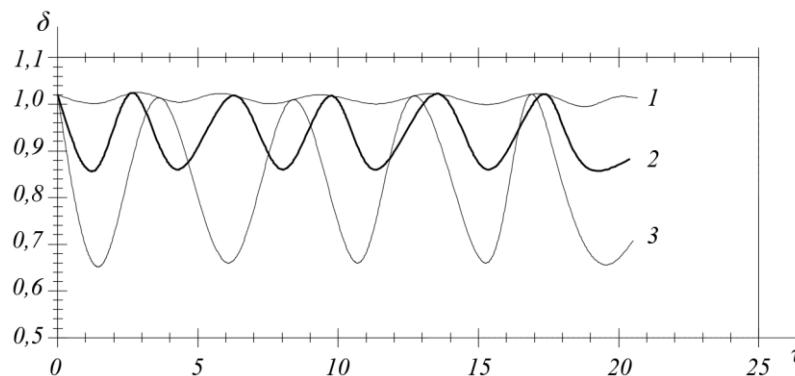


Рис. 1. Залежність кута δ від параметру збурюючого моменту

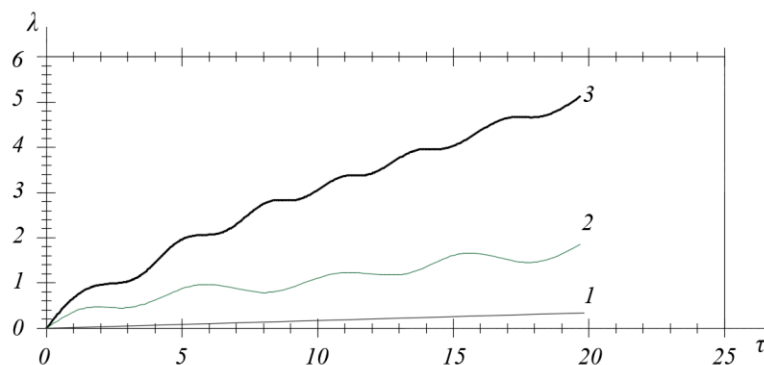


Рис. 2. Залежність кута λ від параметру збурюючого моменту

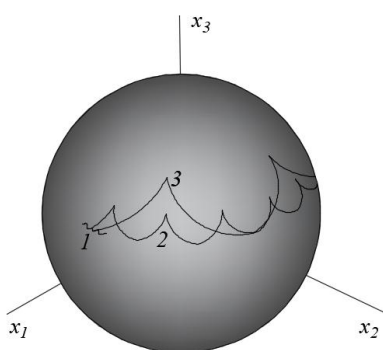


Рис. 3. Годограф вектору кінетичного моменту для різних χ

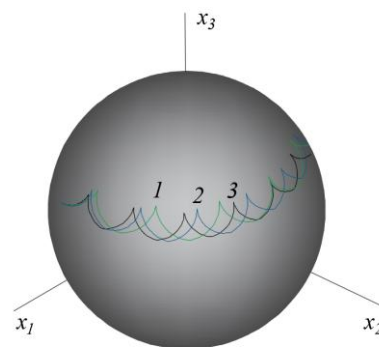


Рис. 4. Годограф вектору кінетичного моменту для різних k^2

Проведемо чисельні дослідження при різних значеннях модуля еліптичних функцій. Розрахунок руху супутника під дією моменту сил світлового тиску по круговій орбіті будемо проводити для геометрії мас $\tilde{A}_2 = 0,8$, $\tilde{A}_3 = 0,5$; для початкових

значень кутів $\delta_0 = 0,33\pi$, $\lambda_0 = 0$ та $v_0 = 0$; для характерного числа задачі $\chi = 1$ й для модуля еліптичних функцій $k^2 = 0,2; 0,5; 0,8$. На рис. 4 представлено годограф вектору кінетичного моменту на кулі одиничного радіуса для отриманих чисельних результатів. Результат зміни кута відхилення вектора кінетичного моменту від осі вертикалі представлено на рис. 5, а кута повороту вектора кінетичного моменту від осі вертикалі представлений на рис. 6. Крива 1 відповідає значенню $k^2 = 0,2$, крива 2 – $k^2 = 0,5$, крива 3 – $k^2 = 0,8$. Видно, що збільшення модуля еліптичних функцій приводить до зменшення амплітуди коливань графіка $\delta(\tau)$ та незначному зменшенню періоду коливань та до зменшення швидкості зростання функції кута $\lambda(\tau)$. Згідно побудованим кривим годографів вектора кінетичного моменту (рис. 4) можна зробити висновок про незначні зміни годографу вектора кінетичного моменту від величини модуля еліптичних функцій.

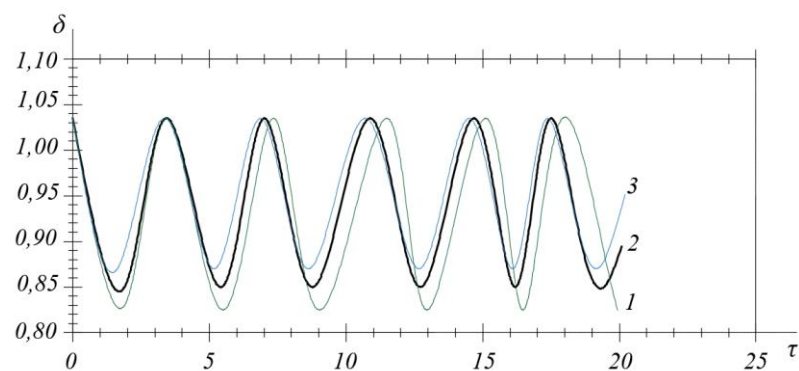


Рис. 5. Залежність кута δ від модуля еліптичних функцій

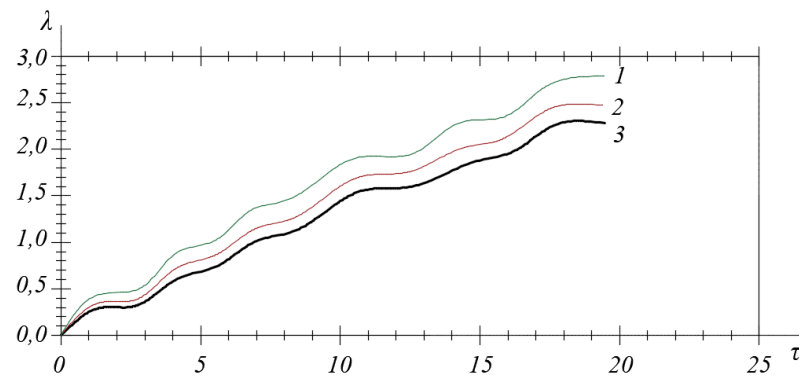


Рис. 6. Залежність кута λ від модуля еліптичних функцій

Проведемо чисельні дослідження для різних еліптичних орбіт супутника. Розрахунок руху супутника будемо проводити для геометрії мас $\tilde{A}_2 = 0,8$, $\tilde{A}_3 = 0,5$; для початкових значень кутів $\delta_0 = 0,33\pi$, $\lambda_0 = 0$ та $v_0 = 0$; для характерного числа задачі $\chi = 1$ й для модуля еліптичних функцій $k^2 = 0,5$. Результат зміни кута відхилення вектора кінетичного моменту від осі вертикалі представлений на рис. 7, а кута повороту вектора кінетичного моменту близько осі вертикалі представлений на рис. 8. Крива 1 відповідає значенню $e = 0$, крива 2 – $e = 0,6$. Видно, що збільшення ексцентриситету орбіти приводить до значної зміни характеру функції кута δ . Зміна кута повороту λ має більш виражену кількісну характеристику. На рис. 9 представлений годограф

вектора кінетичного моменту на кулі одиничного радіусу для отриманих чисельних результатів. Видно, що характер годографа не змінюється і має синусоїдальний вигляд як для кругової орбіти, так і для еліптичної, при цьому змінюються період і амплітуда коливання кривої годографа.

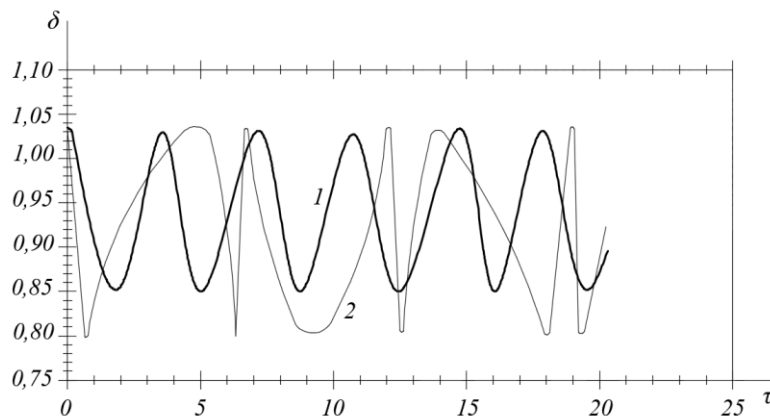


Рис. 7. Залежність кута δ від ексцентриситету орбіти

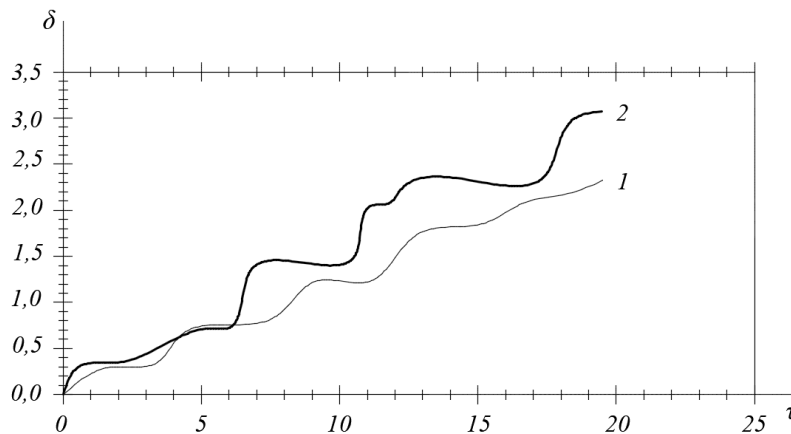


Рис. 8. Залежність кута λ від ексцентриситету орбіти

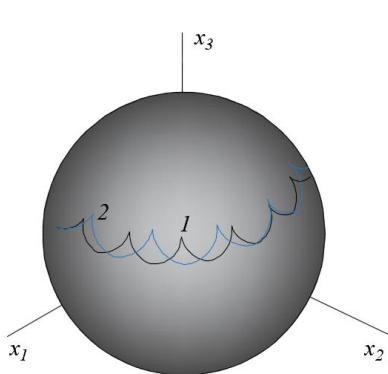


Рис. 9. Годограф вектора кінетичного моменту для різних e

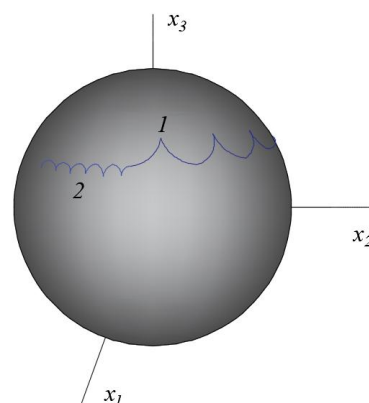


Рис. 10. Годограф вектора кінетичного моменту для різної геометрії мас

Розрахунок руху супутника по круговій орбіті будемо проводити при початкових значеннях кутів $\delta_0 = 0,33\pi$, $\lambda_0 = 0$ та $\nu_0 = 0$; для характерного числа задачі $\chi = 1$ та для

модуля еліптичних функцій $k^2 = 0,5$. На рис. 10 представлено годограф вектора кінетичного моменту на кулі одиничного радіуса для динамічно «втягнутого» та динамічно «сплюснутого» супутника. Крива 1 відповідає характеристикам геометрії мас $\tilde{A}_2 = 0,8$, $\tilde{A}_3 = 0,5$, крива 2 – $\tilde{A}_2 = 2$, $\tilde{A}_3 = 3$. З рисунка видно, що в першому розрахунковому випадку вектор кінетичного моменту обертається навколо вісі вертикалі до площини орбіти проти ходу годинникової стрілки, а у другому випадку у протилежному напрямку, при цьому видно зміну характеру кривої годографа.

6 ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Як показало чисельне дослідження, годограф вектора кінетичного моменту для динамічно «сплюснутого» супутника не завжди має вигляд кривої 2 рис. 10. Введемо функцію виду

$$f(k^2) = K(k^2)/(3E(k^2)) \quad (12)$$

Було отримано критерій можливого характеру кривої годографа з використання параметра a^2 (9). Якщо

$$a^2 < f(k^2), \quad (13)$$

то крива годографа має вид кривої 1, у протилежному випадку – кривої 2.

Проведено чисельне дослідження характеру годографа вектора кінетичного моменту для різної геометрії мас супутника. На рис. 11-12, де представлені результати дослідження, крива 1 - це графік функції $f(k^2)$ (12), область A – це область можливих значень параметра a^2 для різних значень моментів інерції \tilde{A}_2 й \tilde{A}_3 . Рис. 11 відповідає динамічно «втягнутому» супутнику, для якого має виконуватися нерівність $1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$, рис. 12 – динамічно «сплюснутому» супутнику із співвідношенням моментів інерції $1 < \tilde{A}_2 < \tilde{A}_3$. З рис. 11 видно, що для динамічно «втягнутого» супутника тільки для вузького діапазону модуля еліптичних функцій k^2 існує мала область геометрії мас супутника, при якій можливий характер годографа вектора кінетичного моменту виду кривої 2 рис. 10. Практично у всіх розрахункових випадках динамічно «втягнутого» супутників буде присутній характер типу кривої 1 рис. 10. Результати чисельного дослідження, представлені на рис. 12, показують, що динамічно «сплюснутого» супутника можливі два характеру годографа вектора кінетичного моменту, при цьому частіше зустрічатиме годограф виду кривої 2, рис. 10.

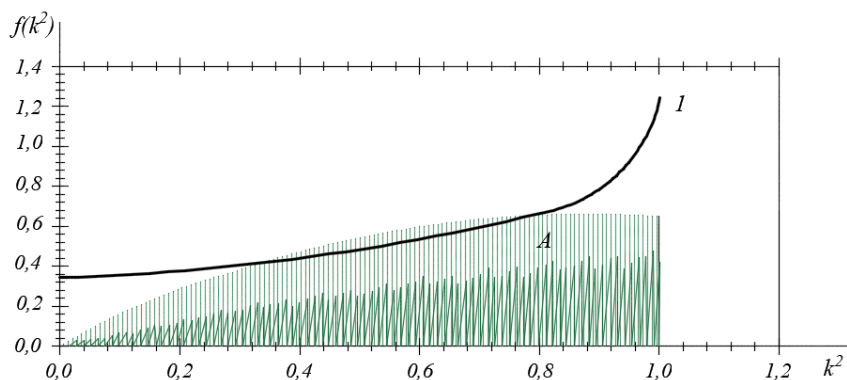


Рис. 11. Область можливих годографів динамічно «втягнутого» супутника

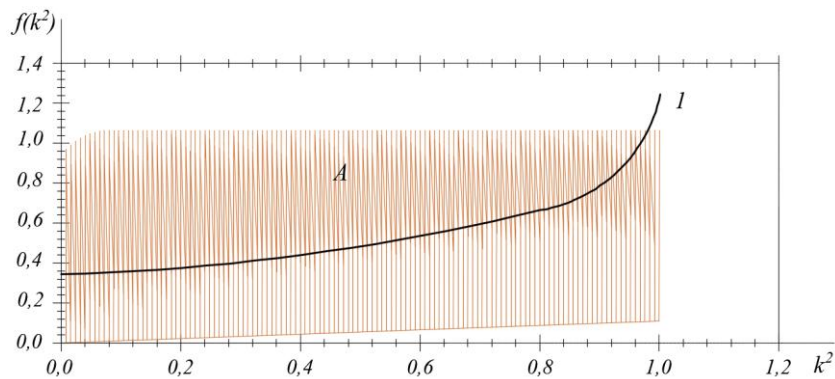


Рис. 12. Область можливих годографів динамічно «сплюснутого» супутника

7 ВИСНОСКИ

Проведене чисельне дослідження збуреного руху супутника під дією моменту сил світлового тиску показало, що моделюючи супутники з різною геометрією мас, можна отримати поворот вектора кінетичного моменту відносно центру мас в різних напрямках близько осі вертикалі до площини орбіти, при цьому крива годографа вектора кінетичного моменту має різний характер.

Література

1. Белецкий В. В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле / В. В. Белецкий – М.: МГУ, 1975. – 416 с.
2. Карымов А. А. Устойчивость вращательного движения геометрически симметричного искусственного спутника Солнца в поле сил светового давления / А. А. Карымов // Прикладная математика и механика. – 1964. – Т. 28. Вып. 5. – С. 923–930.
3. Поляхова Е. Н. Космический полет с солнечным парусом: проблемы и перспективы / Е. Н. Поляхова. – М.: Наука, 1986. – 54 с.
4. Сазонов В. В. Движение астероида относительно центра масс под действием момента сил светового давления / В. В. Сазонов // Астрон. вестник. – 1994. – Т. 28. №2. – С. 95–107.
5. Лещенко Д. Д. Движение спутника относительно центра масс под действием момента сил светового давления в сопротивляющейся среде / Д. Д. Лещенко, А. Л. Рачинская // Вісник одеськ. нац. ун-ту. – 2007. – Т. 12. Вип. 7. – С. 85–98.
6. Акуленко Л. Д. Возмущенные и управляемые вращения твердого тела: монография / Л. Д. Акуленко, Д. Д. Лещенко, А. Л. Рачинская, Я. С. Зинкевич. – Одес. нац. ун-т им. И. И. Мечникова. – Одесса: Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова, 2013. – 288 с.
7. Черноушко Ф. Л. Эволюция движений твердого тела относительно центра масс: монография / Ф. Л. Черноушко, Л. Д. Акуленко, Д. Д. Лещенко. – М. – Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2015. – 308 с.
8. Rachinskaya A. L. Optimal deceleration of a rotating asymmetrical body in a resisting medium / A. L. Rachinskaya, E. A. Romyantseva // International Applied Mechanics. –2018. – Vol. 54, No. 6. – P. 710–717.
9. Волосов В. М. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем / В. М. Волосов, Б. И. Моргунов. – М.: МГУ, 1971. – 507 с.
10. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

References

1. Beleckii, V.V. (1975). Dvijenie sputnik otноситelno centra mass v gravitacionnom pole. M.: MGU, 416.
2. Karymov, A. A. (1964). Ustoichivost vraschatelnogo dvijeniya geometricheski simmetrichnogo iskusstvennogo sputnika Solntsa v pole svetovogo davleniya. Prikladnaya matematika i mekhanika, T28., Vol.5., 923–930.
3. Polyakhova, E. N. (1986). Kosmicheskii polet s solnechnym parusom: problemy i perspektivy. M.: Nauka, 54.
4. Sazonov, V. V. (1994). Dvijenie asteroida otноситel'no tsentra mass pod deistviem momenta sil svetovogo davleniya. Astron. Vestnik, Vol.28, 95–107.
5. Leshchenko, D. D., Rachinskaya, A. L. (2007). Dvijenie sputnika otноситel'no centra mass pod deistviem momenta sil svetovogo davleniya v soprotivlyayuscheysya srede. Visnyk Od.nat. university, Vol 12, 85–98.
6. Akulenko, L. D., Leshchenko, D. D., Rachinskaya, A. L., Zinkevich, Y. S. (2003). Vozmuchsennye i upravlyaemye dvijeniya tverdogo tela: monografiya. O.: Odesskii nacional'nyi universitet im. Mechnikova, 288.
7. Chernousko, F. L., Akulenko, L. D., Leshchenko, D. D. (2015). Evolyuciya dvijenii tverdogo tela otноситel'no centra mass: monografiya. M.-Ijevsk: Ijevskii institute komp'yuternykh issledovaniy, 308.
8. Rachinskaya, A. L., Rummyantseva, E. A. (2018). Optimal deceleration of a rotating asymmetrical body in a resisting medium. International Applied Mechanics, Vol. 54, 6, 710–717.
9. Volosov, V. M., Morgunov, B. I. (1971). Metod osredneniya v teorii nelineynykh kolebatel'nykh sistem. M.: MGU, 507.
10. Grandshtein, I. S., Ryjik, I. M. (1971). Tablicy integralov, summ, ryadov i proizvedenii. M.: Nauka, 1108.

Рачинська Алла Леонидівна

Одеський національний університет ім.І.І. Мечникова, к.ф.-м.н., доцент
вул. Дворянська, 2 Одеса, Україна 65082
rachinskaya@onu.edu.ua,
ORCID: 0000-0003-2430-9603

Купчак Олександр Ігорович

Одеський національний університет ім.І.І. Мечникова, аспірант
вул. Дворянська, 2 Одеса, Україна 65082
kupchakoi@onu.edu.ua,
ORCID: 0000-0002-7335-354X

Для посилань:

Рачинська А. Л. Дослідження руху супутника під дією моменту сил світлового тиску / А. Л. Рачинская, А. И. Купчак // Механіка та математичні методи. – 2019. – №1. – С. 72-82.

For references:

Rachinskaya, A., Kupchak, A. (2019). Study of the satellite motion under the action of moment of light pressure forces. Mechanics and Mathematical Methods, 1, 72-82.