

УДК 624.04

ГРАНИЧНИЙ СТАН ДВУТАВРОВОГО АРМОВАНОГО ПЕРЕРІЗУ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРУЖНОПЛАСТИЧНИХ ДІАГРАМ ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ

Сорока М. М.¹

¹Одеська державна академія будівництва та архітектури

Анотація. У роботі розглядається методика побудови області міцності двотаврового армованого перерізу. Поняття "область міцності перерізу" використовується в розрахунках конструкцій за граничною рівновагою. Область міцності являє собою замкнуту область в координатах «момент – поздовжня сила». Особливість області міцності перерізу полягає в тому, що всередині області переріз працює в пружній стадії, а на її межі переходить у граничний стан із можливістю необмеженого пластичного деформування. Рівняння, що описують межу області міцності перерізу, часто називають умовами пластичності. Складність отримання рівнянь, що описують межу області міцності перерізу, багато в чому залежить від того, якими математичними залежностями описуються фізичні властивості матеріалів, з яких виконано переріз. У даній роботі передбачається, що матеріал, з якого виконано перетин, і армуючий матеріал деформуються за законом ідеального пружнопластичного тіла. Таким чином, діаграми деформування матеріалів описуються діаграмою Прандтля. Причому матеріал, з якого виконано переріз, має різні межі пластичності при розтягуванні та стисканні. Армуючий матеріал має однакові межі пластичності при розтягуванні та стисканні.

При виведенні рівнянь, що описують область міцності перерізу, передбачалося, що в перерізі діють згинальний момент і поздовжня сила, прикладена в центрі стінки двотавра. З урахуванням того, що перетин двотавра може бути несиметричним і мати несиметричне армування, для опису верхньої та нижньої меж області міцності використовуються різні рівняння. Для побудови області міцності, у загальному випадку, необхідно розв'язати оптимізаційну задачу – при заданому значенні поздовжньої сили знайти екстремальне значення моменту з урахуванням обмежень (рівнянь і нерівностей). Аналіз отриманих таким чином результатів дозволив запропонувати простішу методику побудови області міцності армованого двотаврового перетину без вирішення оптимізаційної задачі.

Ключові слова: пружнопластичне тіло, двотавровий армований перетин, область міцності, розрахунок за граничною рівновагою.

LIMIT STATE OF A I-REINFORCED SECTION USING ELASTOPLASTIC DIAGRAMS OF DEFORMATION OF MATERIALS

M. Soroka¹

¹Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

Abstract. The paper considers a technique for constructing the strength area of a I-reinforced section. The concept of "section strength area" is used in structural calculations based on ultimate equilibrium. The strength area is a closed area in the coordinates "moment - longitudinal force". A specific feature of the section strength region is that inside the strength region the section operates in the elastic stage, and at its boundary it passes into the limiting state with the possibility of unlimited plastic deformation. The equations describing the boundary of the section strength region are often called yield conditions. The complexity of obtaining dependencies describing the boundary of the section strength region largely depends on what mathematical dependencies describe the physical properties of the materials from which the section is made. In this work, it is assumed that the material



from which the section is made and the reinforcing material are deformed according to the law of an ideal elastoplastic body. Thus, the deformation diagrams of materials are described by the Prandtl diagram. Moreover, the material from which the section is made has different yield strengths in tension and compression. The reinforcing material has the same tensile and compressive yield strengths.

When deriving the equations describing the strength region of the section, it was assumed that a bending moment and a longitudinal force applied in the center of the I-beam wall. Taking into account that the section of an I-beam can be asymmetrical and have asymmetric reinforcement, different equations are used to describe the upper and lower boundaries of the strength region. To construct the strength area, in the general case, it is necessary to solve the optimization problem - for a given value of the longitudinal force, find the extreme value of the moment, taking into account the constraints (equalities and inequalities). Analysis of the results obtained in this way for a symmetrically reinforced section made it possible to propose a simpler technique for constructing the strength area of a I-reinforced section without solving the optimization problem.

Keywords: elastoplastic body, reinforced I-section, strength area, calculation by limit equilibrium.

2 ВСТУП

Досить часто виникає задача знаходження граничного навантаження для конструкції. Для визначення навантаження, що призведе до руйнування конструкції, використовується метод розрахунку конструкцій за граничною рівновагою. Для досягнення граничного стану конструкції необхідно, щоб один або кілька перерізів досягли граничного стану. При використанні методу граничної рівноваги вводиться припущення про те, що до переходу матеріалу усього перерізу у пластичний стан переріз працює в пружній стадії. Деформаційні характеристики матеріалу описуються з допомогою діаграми Прандтля.

Для визначення граничного навантаження необхідно знати за яких зусиль окремі елементи конструкції досягнуть пластичної стадії. Якщо в розрахунок брати тільки згинальний момент, то критерієм руйнування перерізу буде досягнення граничного моменту та утворення пластичного шарніру. При обліку двох факторів – моменту та поздовжньої сили для перерізу існує область міцності, всередині якої міцність перерізу забезпечена, а на межі області переріз досягає граничного стану. Рівняння, що описують межу області міцності перерізу – умови пластичності, дозволяють визначити граничні зусилля для перерізу і потім – граничне навантаження для конструкції.

2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Проблему знаходження руйнівного навантаження для конструкції вперше сформулював Галілео Галілей. Але тільки в першій половині минулого століття був розроблений відповідний математичний апарат і було отримано розв'язок такої задачі в працях Гвоздева А. А. [1], Ржаніцина А. Р. [2], Чираса А. А. [3], Піковського А. А. [4] та інших дослідників. Перші дослідження виконувались у припущенні про незначний вплив поздовжньої сили на величину граничного навантаження і в розрахунку враховувався лише згинальний момент. У подальших розробках було показано, що такий підхід не завжди дозволяє одержати вірні результати. Наприклад, для арокних систем, де виникають значні поздовжні сили, ігнорування поздовжніх сил призводить до похибок у визначенні граничного навантаження [3], [5], [6]. Приклади визначення граничних навантажень для арок з урахуванням згинального моменту та поздовжньої сили розглянуто у роботах Чираса А. А. [3], Піковського А. А. [4], Проценко А. М., Власова В. В., [7], Габбасова Р. Ф., Чан Тхань Тунг [8].

При дослідженнях граничного стану конструкцій з урахуванням і моменту і поздовжньої сили важливу роль відіграє область міцності поперечного перерізу її елементів. Область міцності являє собою замкнуту область у координатах «момент – поздовжня сила» і для даного перерізу є його незмінною характеристикою. Межа такої області визначає значення моменту та поздовжньої сили, що відповідають граничному стану перерізу. Область міцності має криволінійну форму і залежить від геометрії поперечного перерізу і наявності армування [3], [4], [7], [9], [10], але для зручності знаходження граничного навантаження її часто представляють у вигляді багатокутника [4], [7].

3 МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою даного дослідження є розробка методики побудови області міцності армованого двотаврового перерізу, виконаного з матеріалів, фізичні властивості яких описуються діаграмою Прандтля. Граничні зусилля – момент і поздовжню силу,

розташовані на межі області міцності, передбачається визначити з розв'язання екстремальної задачі з наступним аналізом отриманого результату.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

При виконанні досліджень передбачається, що фізичні характеристики матеріалу, з якого виконано переріз та арматура, відповідають характеристикам ідеального пружнопластичного тіла (рис. 1).

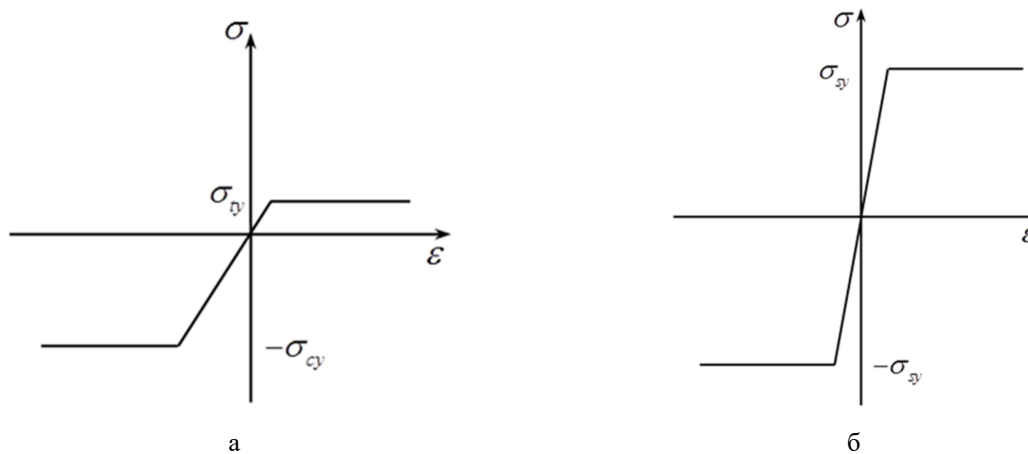


Рис. 1. Діаграми деформування: а) матеріалу перерізу, б) арматури

Розглянемо несиметрично армований двотавровий переріз, в якому діють граничні зусилля – згинальний момент M_b і поздовжня сила N_b . Для даного перерізу необхідно отримати залежності для побудови межі області міцності. Двотавровий переріз потребує виведення таких залежностей при трьох варіантах розташування центру згину, а саме: центр згину розташований в межах стінки двотавра; центр згину розташований у межах верхньої полиці; центр згину розташований у межах нижньої полиці.

Розглянемо докладніше виведення залежностей для побудови верхньої межі області міцності.

1. Центр згину розташований у межах стінки двотавра ($-h/2 \leq y \leq h/2$) (рис. 2).

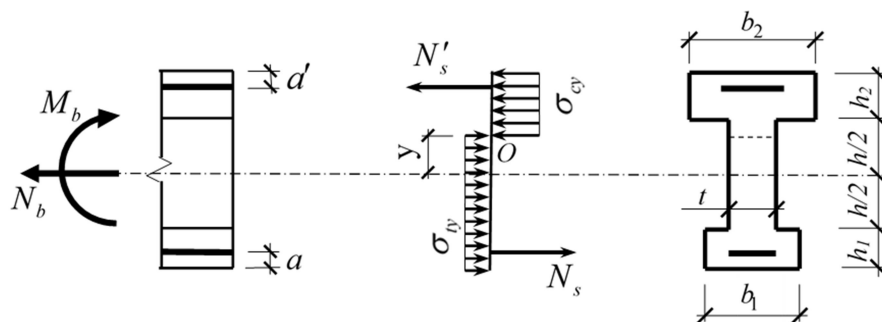


Рис. 2. Схема дії зусиль у двотавровому перерізі при дії граничних моменту та поздовжньої сили (центр згину розташований у межах стінки двотавра)

Із рівняння рівноваги $\sum X = 0$ одержуємо:

$$N_b = -\sigma_{cy} \left[b_2 h_2 + t \left(\frac{h}{2} - y \right) \right] + \sigma_{ty} \left[b_1 h_1 + t \left(\frac{h}{2} + y \right) \right] - N'_s + N_s, \quad (1)$$

де $N_s = \sigma_s A_s$; $N'_s = \sigma'_s A'_s$; $\sigma_s, \sigma'_s, A_s, A'_s$ – відповідно напруження та площі перерізу нижньої та верхньої арматури.

Використовуючи те ж рівняння рівноваги запишемо вираз для координати центру згину перерізу – y :

$$y = \left[\sigma_{cy} \left(b_2 h_2 + \frac{th}{2} \right) - \sigma_{ty} \left(b_1 h_1 + \frac{th}{2} \right) + N'_s - N_s + N_b \right] / t (\sigma_{cy} + \sigma_{ty}). \quad (2)$$

Використовуючи рівняння рівноваги $\sum m_o = 0$, отримаємо вираз для моменту:

$$M_b = \sigma_{cy} \left[b_2 h_2 \left(\frac{h+h_2}{2} - y \right) + \frac{t}{2} \left(\frac{h}{2} - y \right)^2 \right] + \sigma_{ty} \left[b_1 h_1 \left(\frac{h_1+h}{2} + y \right) + \frac{t}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right)^2 \right] + N'_s \left(h_2 - a' + \frac{h}{2} - y \right) + N_s \left(h_1 - a + \frac{h}{2} + y \right) - N_b y. \quad (3)$$

2. Центр згину розташований у межах верхньої полиці двотавра $(h/2 < y \leq h/2 + h_2)$.

Використовуючи рівняння рівноваги, одержуємо:

$$N_b = -\sigma_{cy} b_2 \left(\frac{h}{2} + h_2 - y \right) + \sigma_{ty} \left[b_1 h_1 + th + b_2 \left(y - \frac{h}{2} \right) \right] - N'_s + N_s; \quad (4)$$

$$y = \left[\sigma_{cy} b_2 \left(\frac{h}{2} + h_2 \right) + \sigma_{ty} \left(\frac{b_2 h}{2} - th - b_1 h_1 \right) + N'_s - N_s + N_b \right] / b_2 (\sigma_{cy} + \sigma_{ty}), \quad (5)$$

$$M_b = \sigma_{cy} \frac{b_2}{2} \left(\frac{h}{2} + h_2 - y \right)^2 + \sigma_{ty} \left[b_1 h_1 \left(\frac{h_1+h}{2} + y \right) + thy + \frac{b_2}{2} \left(y - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + N'_s \left(h_2 - a' + \frac{h}{2} - y \right) + N_s \left(h_1 - a + \frac{h}{2} + y \right) - N_b y. \quad (6)$$

3. Центр згину розташований у межах нижньої полиці двотавра $\left(-\left(\frac{h}{2} + h_2 \right) \leq y < -\frac{h}{2} \right)$.

Із рівнянь рівноваги одержуємо:

$$N_b = -\sigma_{cy} \left[b_2 h_2 + th - b_1 \left(\frac{h}{2} + y \right) \right] + \sigma_{ty} b_1 \left(\frac{h}{2} + h_1 + y \right) - N'_s + N_s; \quad (7)$$

$$y = \left[\sigma_{cy} \left(b_2 h_2 + th - \frac{b_1 h}{2} \right) - \sigma_{ty} b_1 \left(\frac{h}{2} + h_1 \right) + N'_s - N_s + N_b \right] / b_1 (\sigma_{cy} + \sigma_{ty}); \quad (8)$$

$$M_b = \sigma_{cy} \left[b_2 h_2 \left(\frac{h_2+h}{2} - y \right) - thy + \frac{b_1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right)^2 \right] + \frac{\sigma_{ty} b_1}{2} \left(\frac{h}{2} + h_1 + y \right)^2 + N'_s \left(h_2 - a' + \frac{h}{2} - y \right) + N_s \left(h_1 - a + \frac{h}{2} + y \right) - N_b y. \quad (9)$$

Для побудови межі області міцності перерізу визначаємо границі, у яких може змінюватись поздовжня сила та відповідні моменти. Максимально можлива поздовжня сила відповідає випадку розтягування всього перерізу. При цьому в перерізі діють

тільки напруження розтягу σ_{ty} і $\sigma'_s = \sigma_s = \sigma_{sy}$. Використання рівнянь рівноваги призводить до залежностей:

$$N_{b,\max} = \sigma_{ty} [b_1 h_1 + th + b_2 h_2] + \sigma_{sy} (A_s + A'_s); \quad (10)$$

$$M_b = \sigma_{ty} \left[b_1 h_1 \left(\frac{h_1}{2} + h + h_2 \right) + th \left(\frac{h}{2} + h_2 \right) + \frac{b_2 h_2^2}{2} \right] + \sigma_{sy} [A_s (h_1 + h + h_2 - a) + A'_s a'] - N_b \left(\frac{h}{2} + h_2 \right). \quad (11)$$

Мінімально можлива поздовжня сила відповідає випадку стиснення всього перерізу. При цьому в перерізі діє тільки напруження стиску σ_{cy} і $\sigma'_s = \sigma_s = -\sigma_{sy}$. Використання рівнянь рівноваги призводить до залежностей:

$$N_{b,\min} = -\sigma_{cy} (b_1 h_1 + th + b_2 h_2) - \sigma_{sy} (A_s + A'_s); \quad (12)$$

$$M_b = \sigma_{cy} \left[\frac{b_1 h_1^2}{2} + th \left(\frac{h}{2} + h_1 \right) + b_2 h_2 \left(\frac{h_2}{2} + h + h_1 \right) \right] + \sigma_{sy} [A'_s (h_1 + h + h_2 - a') + A_s a] + N_b \left(\frac{h}{2} + h_1 \right). \quad (13)$$

Максимальне значення граничного моменту $M_{b,\max}$ отримаємо, приврівнюючи похідну моменту до нуля:

$$\frac{dM_b(N_b)}{dN_b} = -y = 0. \quad (14)$$

Із (14) випливає, що крива, яка описує межу області міцності перерізу, має екстремальне значення, коли центр згину розташований у центрі стінки двотавра. Для визначення максимального моменту та відповідної йому поздовжньої сили слід скористатися виразами (3) та (1) при $y = 0$:

$$M_{b,\max} = \sigma_{cy} \left(b_2 h_2 \frac{h + h_2}{2} + \frac{th^2}{8} \right) + \sigma_{ty} \left(b_1 h_1 \frac{h_1 + h}{2} + \frac{th^2}{8} \right) + A'_s \sigma_{sy} \left(h_2 - a' + \frac{h}{2} \right) + A_s \sigma_{sy} \left(h_1 - a + \frac{h}{2} \right); \quad (15)$$

$$N_b = -\sigma_{cy} \left(b_2 h_2 + \frac{th}{2} \right) + \sigma_{ty} \left(b_1 h_1 + \frac{th}{2} \right) - \sigma_{sy} (A'_s - A_s). \quad (16)$$

Для кожного з трьох варіантів розташування центру згину перерізу є два незалежні рівняння рівноваги і п'ять невідомих величин: M_b , N_b , y , σ_s , σ'_s . Для визначення граничного моменту при заданому значенні поздовжньої сили складаємо оптимізаційну задачу, де цільовою функцією є екстремальне значення моменту M_b , змінними проекту – напруження в арматурі σ_s і σ'_s , обмеженнями є рівняння рівноваги $\sum X = 0$, границі зміни y та напруження в арматурі. Наприклад, для побудови верхньої ділянки межі області міцності для випадку, коли центр згину розташовується в межах стінки двотавра слід розв'язати задачу:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_b \rightarrow \max; \\ y - \left[\sigma_{cy} \left(b_2 h_2 + \frac{th}{2} \right) - \sigma_{ty} \left(b_1 h_1 + \frac{th}{2} \right) + N'_s - N_s + N_b \right] / t (\sigma_{cy} + \sigma_{ty}) = 0; \\ -h/2 \leq y \leq h/2; \\ |\sigma_s| \leq \sigma_{sy}; \\ |\sigma'_s| \leq \sigma_{sy}, \end{array} \right. \quad (17)$$

де M_b визначається відповідно до (3).

Задаючи значення поздовжньої сили і щоразу розв'язуючи оптимізаційну задачу (17), отримаємо точки кривої в координатах $M_b - N_b$, яка обмежує ділянку області міцності двотаврового армованого перерізу зверху.

Відповідні задачі розв'язуються і для випадків, коли центр згину розташовується у верхній та нижній полицях двотавра.

Побудова нижньої межі області міцності виконується за алгоритмом, що описаний вище.

Приклад. Побудова області міцності для симетричного двотаврового перерізу з несиметричним армуванням.

Розглянемо переріз із характеристиками:

$$b_1 = 0.4 \text{ м}; h_1 = 0.2 \text{ м}; b_2 = 0.4 \text{ м}; h_2 = 0.2 \text{ м}; h = 0.8 \text{ м}; t = 0.15 \text{ м};$$

$$A_s = 0.001232 \text{ м}^2; A'_s = 0.000628 \text{ м}^2; a = 0.03 \text{ м}; a' = 0.03 \text{ м};$$

$$\sigma_{cy} = 14500 \text{ кН/м}^2; \sigma_{ty} = 1300 \text{ кН/м}^2; \sigma_{sy} = 365000 \text{ кН/м}^2;$$

$$E = 2.3 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2; E_s = 2.1 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2.$$

Верхня межа області міцності, а також графіки зміни центру згину та напруження в арматурі, побудовані шляхом вирішення оптимізаційної задачі за допомогою EXCEL, представлені на рис. 3

Як впливає з рис. 3:

– графік зміни центру згину перерізу складається з прямолінійних відрізків, з точками зламу в центрі ваги арматури та в місцях сполучення стінки двотавра з полицями;

– на межі області міцності арматура знаходиться у пластичній стадії, крім ділянок ВС для нижньої арматури та FG для верхньої арматури, де напруження в арматурі змінюються за лінійним законом.

Якщо верхню межу області міцності перерізу представити, як деяку фіктивну балкову епюру моментів, то на підставі диференціальних залежностей при згині похідну такої епюри можна назвати фіктивною поперечною силою:

$$\frac{dM_b(N_b)}{dN_b} = Q^f(N_b) = -y(N_b). \quad (18)$$

Похідна поперечної сили є фіктивним навантаженням прикладеним до балки:

$$\frac{dQ^f(N_b)}{dN_b} = \frac{dy(N_b)}{dN_b} = q^f(N_b). \quad (19)$$

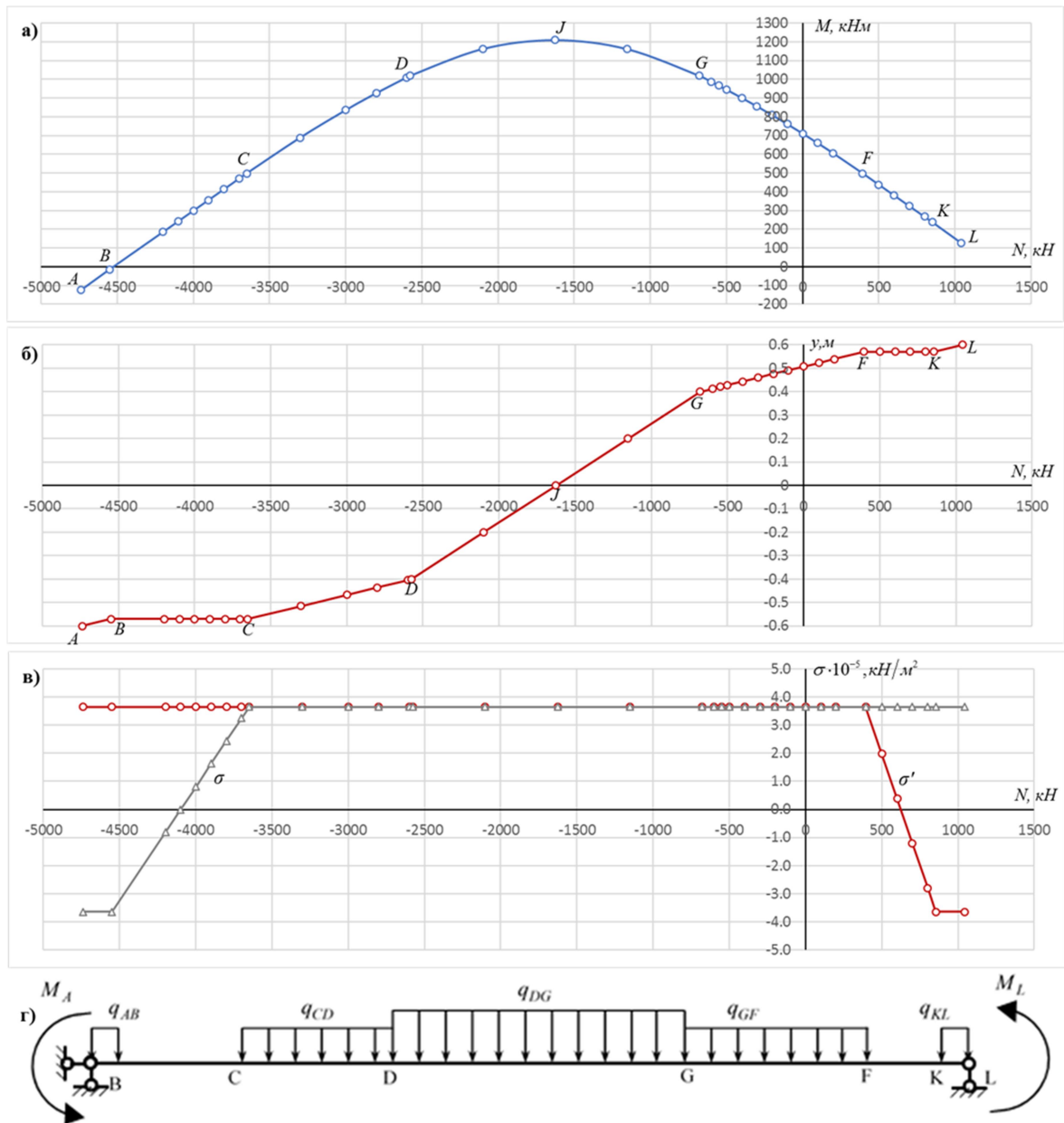


Рис. 3. а) – верхня межа області міцності; б) – графік зміни координати центру згину; в) – графік зміни напруження в арматурі; г) – балкова аналогія

Виходячи з цього, для побудови верхньої межі області міцності перерізу можна використовувати балочну аналогію (рис. 3г). Межами прикладання навантаження до бвлки є точки зламу графіка $y(N_b)$ (таб. 1). Значення фіктивних навантажень визначаємо за допомогою залежностей:

$$q_{AB}^f = q_{CD}^f = \frac{-1}{b_2(\sigma_{cy} + \sigma_{ty})};$$

$$q_{DG}^f = \frac{-1}{t(\sigma_{cy} + \sigma_{ty})};$$

$$q_{GF}^f = q_{KL}^f = \frac{-1}{b_1(\sigma_{cy} + \sigma_{ty})}.$$
(20)

Таблиця 1

Параметричні точки верхньої межі області міцності

Точка	y	σ_s	σ'_s	Формула для обчислення N_b, M_b	$N_b, \text{кН}$	$M_b, \text{кНм}$	$q^f, \frac{\text{м}}{\text{кН}}$
A	$-(h/2 + h_1)$	$-\sigma_{sy}$	σ_{sy}	(12), (13)	4739.010	-125.600	$\frac{-1}{6320}$
B	$-(h/2 + h_1 - a)$	$-\sigma_{sy}$	σ_{sy}	(7), (9)	4549.410	-14.684	0
C	$-(h/2 + h_1 - a)$	σ_{sy}	σ_{sy}	(7), (9)	3650.050	497.951	$\frac{-1}{6320}$
D	$-h/2$	σ_{sy}	σ_{sy}	(1), (3)	2575.650	1019.035	$\frac{-1}{2370}$
J	0	σ_{sy}	σ_{sy}	(16), (15)	1627.650	1208.635	$\frac{-1}{2370}$
G	$h/2$	σ_{sy}	σ_{sy}	(1), (3)	-679.650	1019.035	$\frac{-1}{6320}$
F	$h/2 + h_2 - a'$	σ_{sy}	σ_{sy}	(4), (6)	394.751	497.951	0
K	$h/2 + h_2 - a'$	σ_{sy}	$-\sigma_{sy}$	(4), (6)	853.410	236.516	$\frac{-1}{6320}$
L	$h/2 + h_2$	σ_{sy}	$-\sigma_{sy}$	(10), (11)	1043.010	125.600	$\frac{-1}{6320}$

Таким чином, верхня межа області міцності може бути побудована з використанням балкової аналогії за допомогою алгоритму:

- визначаємо границі зміни поздовжньої сили $N_{b,\max}, N_{b,\min}$ і відповідні моменти M_L, M_A ;
- визначаємо значення N_b в точках зламу графіку y (таб. 1);
- обчислюємо значення фіктивних навантажень q^f (20);
- для шарнірно опертої балки, завантаженої крайовими моментами M_A, M_L і навантаженням q^f (рис. 3г), будемо епюру моментів, яка повторює контури верхньої межі області міцності перерізу.

Балкова аналогія дозволяє наочно показати, що на відрізках, де навантаження q^f не діє, межа області міцності накреслена прямою ділією, а на відрізках, де діє навантаження, – квадратною параболою.

Для побудови нижньої межі області міцності використовується аналогічна методика:

- записуються рівняння рівноваги перерізу;
- визначаються параметричні точки межі області міцності;
- з використанням балкової аналогії будується межа області міцності.

Область міцності двотаврового несиметрично армованого перерізу представлена на рис.4.

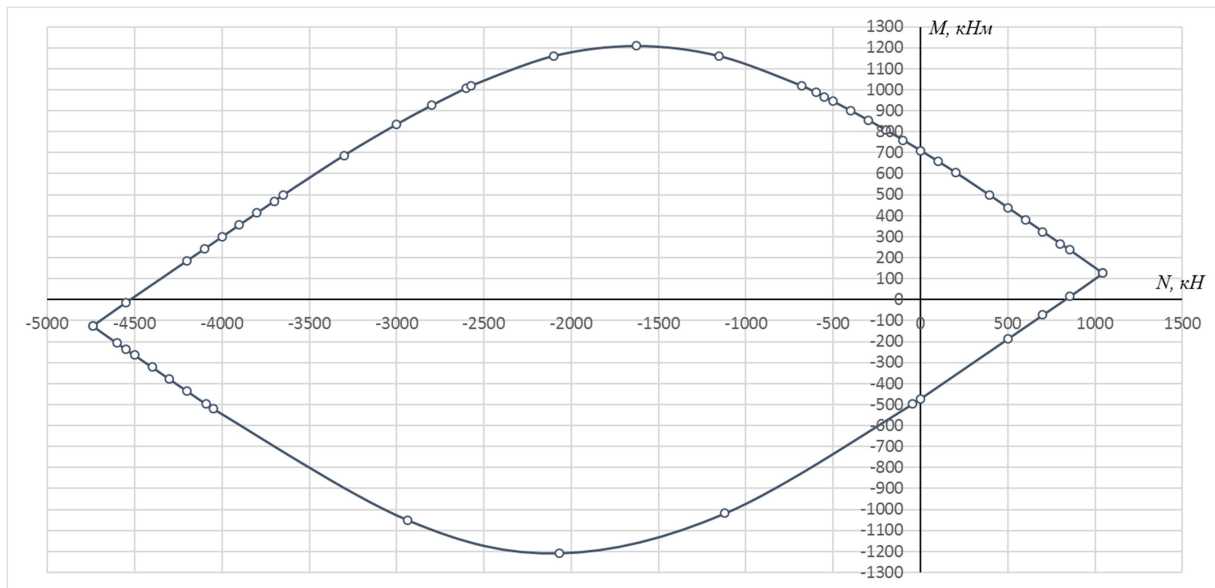


Рис. 4. Область міцності симетричного двотаврового перерізу із несиметричним армуванням

5 ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Після побудови області міцності армованого двотаврового перерізу методом розв'язання екстремальної задачі типу (17) було виявлено характерні особливості у поведінці графіку зміни центру згину перерізу та графіків зміни напруження в арматурі. Встановлено, що ці графіки описуються лінійними функціями.

Якщо припустити, що верхня (нижня) межа області міцності є балковою епюрою моментів, то на підставі диференціальних залежностей при згині похідна граничного моменту M_b за поздовжньою силою N_b буде відповідати фіктивній поперечній силі, а похідна фіктивної поперечної сили – буде відповідати фіктивному навантаженню. Таким чином, межу області міцності можна побудувати як епюру моментів для шарнірно опертої балки, завантаженої фіктивним навантаженням та крайовими моментами.

Також встановлено, що вираз для фіктивної поперечної сили точно збігається з виразом, що описує положення центру згину перерізу, що дозволяє розглядати графік зміни центру згину перерізу як епюру фіктивної поперечної сили. Цей факт, з погляду фізичного сенсу, поки що не пояснений, але дозволяє значно спростити задачу побудови області міцності двотаврового армованого перерізу.

6 ВИСНОВКИ

1. Граничний стан армованого двотаврового перерізу досягається, коли весь матеріал перетину та арматура (або одна з арматур) переходять у пластичний стан.
2. Межа області міцності двотаврового армованого перерізу описується лінійними та квадратичними функціями.
3. Лінійні графіки зміни координати центру згину перерізу та напруження в арматурі дозволяють побудувати межу області міцності перерізу з використанням балочної аналогії без розв'язку оптимізаційних задач, типу (17).

4. Екстремальне значення граничного моменту $M_{b,\max}$ та відповідне значення поздовжньої сили N_b визначаються при $y = 0$, тобто, коли центр згину двотаврового перерізу знаходиться на середині стінки двотавра.

Література

1. Гвоздев А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Москва: Стройиздат, 1949. 248с.
2. Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов москва: Гостехиздат, 1954. 287с.
3. Чирас А. А. Строительная механика, теория и алгоритмы. Москва: Стройиздат, 1989. 256с
4. Пиковский А. А. Статика стержневых систем со сжатыми элементами. М.: Физматгиз, 1961. 394с.
5. Soroka M. The limit state of non-hinged arch with a cross-section in the form of an idealized I-beam. *International Journal of Engineering and Technology*. 2018. Vol. 10 No 6. pp. 1712–1718. DOI: 10.21817/ijet/2018/v10i6/181006095.
6. Soroka M. Bearing capacity of structures made of materials with different tensile and compression strengths: 6th International Conference "Actual Problems of Engineering Mechanics", (APEM 2019). 2019. vol. 968. pp. 200–208.
7. Проценко А. М., Власов В. В. Статический принцип предельного равновесия и определение деформированного состояния статически неопределимых железобетонных конструкций в стадии исчерпания их несущей способности. //В сб. НИИЖБ, - «Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций» –М.: Стройиздат, 1972. С. 191 – 220.
8. Габбасов Р. Ф. Чан Тхань Тунг. Численный метод расчета арок по предельному равновесию – М: Вестник МГСУ, 2010. № 4. том 1. с. 18–23.
9. Bridge R., Wheeler A. Cross-section Strength Of Columns. Part 1: AS 3600 Design. OneSteel Reinforcing Pty Ltd CAN 004 148 289. 2000. 104p.
10. Vrouwenvelder A.C.W.M., Witteveen J. The plastic behaviour and the calculation of the plates subjected to bending. Technical university delft faculty of civil engineering and geosciences. 2003. Plasticity Ct 4150. 121p.
11. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Строительная механика. М: «Высшая школа», 1986. 607с.

References

1. Gvozdev A. A. (1949). *Raschet nesushchey sposobnosti konstruksiy po metodu predel'nogo ravnovesiya* [Calculation of the bearing capacity of structures by the method of limit equilibrium]. Moscow: Stroyizdat. [in Russian].
2. Rzhantsyn A. R. (1954). *Raschet sooruzheniy s uchetom plasticheskikh svoystv materialov*. [Calculation of structures taking into account the plastic properties of materials]. Moscow: The state publishing house of literature on construction and architecture. [in Russian].
3. Chiras A. A. (1989). *Stroitel'naya mekhanika, teoriya i algoritmi* [Building mechanics, theory and algorithms]. Moscow: Stroyizdat. [in Russian].
4. Pikovsky A. A. (1961). *Statika sterzhnevih system so szhatimy elementamy* [Statics of bar systems with compressed elements]. Moscow: State publishing house of physical and mathematical literature. [in Russian].
5. Soroka M. (2018). The limit state of non-hinged arch with a cross-section in the form of an idealized I-beam. *International Journal of Engineering and Technology*. 10(6). 1712–1718. DOI: 10.21817/ijet/2018/v10i6/181006095.
6. Soroka M. (2019). Bearing capacity of structures made of materials with different tensile and compression strengths. *6th International Conference "Actual Problems of Engineering Mechanics", (APEM 2019)*. 968. 200-208.
7. Protsenko A. M., Vlasov V. V. (197). *Sticheskiy printsip predel'nogo ravnovesiya i opredeleniye deformirovannogo sostoyaniya staticheski neopredelimykh zhelezobetonnykh konstruksiy v stadii ischerpaniya ikh nesushchey* [Static principle of limit equilibrium and determination of the deformed state of statically indeterminate reinforced concrete structures at the stage of exhaustion

- of their bearing capacity]. V sb. NIIZHБ, - «Vozdeystviye staticheskikh, dinamicheskikh i mnogokratno povtoryayushchikhsya nagruzok na beton i elementy zhelezobetonnykh konstruktsiy». Moscow: Stroyizdat. pp. 191–220. [in Russian].
8. Chan Tkhun Tung (2010). Chislennij method rascheta arok po predelnomy ravnovesiu. Moscow: MGSU bulletin. 4(1). 18–23. [in Russian].
 9. Bridge R., Wheeler A. (2000). *Cross-section Strength Of Columns. Part 1: AS 3600 Design*. OneSteel Reinforcing. Pty Ltd CAN 004 148 289.
 10. Vrouwenvelder A.C.W.M., Witteveen J. (2003). *The plastic behaviour and the calculation of the plates subjected to bending*. Technical university delft faculty of civil engineering and geosciences. Plasticity Ct 4150.
 11. Darkov A. V., Shaposhnikov N. N. (1986). *Stroitel'naya mekhanika*. [Structural mechanics]. Moscow: "Higher school". [in Russian].

Сорока Микола Миколайович

Одеська державна академія будівництва та архітектури

к.т.н., доцент

вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029

soroka@ogasa.org.ua

ORCID: 0000-0002-9551-9475

Для посилань:

Сорока М. М. Граничний стан двутаврового армованого перерізу з використанням пружнопластичних діаграм деформування матеріалів. Механіка та математичні методи, 2023. Т. V. №. 1. С. 72–83.

For references:

Soroka M. (2023). Limit state of a i-reinforced section using elastoplastic diagrams of deformation of materials. Mechanics and Mathematical Methods. V(1). 72 – 83.