

УДК 624.04

## ГРАНИЧНИЙ СТАН АРМОВАНИХ ДВОШАРНІРНИХ АРОК ДВОТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ

Сорока М. М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Одеська державна академія будівництва та архітектури*

**Анотація.** Розглядається методика визначення граничного навантаження для двохшарнірних арок. Розрахунок виконується із використанням методу граничної рівноваги. Поперечний переріз арки прийнятий у вигляді армованого двотавра. Напружено деформований стан матеріалу двотавра описується діаграмою Прандтля. Але на відміну від класичної діаграми має різні границі текучості при розтягуванні і стиску. Матеріал арматури описується класичною діаграмою Прандтля із однаковими границями текучості при розтягуванні і стиску.

У більшості випадків гранична рівновага перерізу базується на використанні одного фактору – пластичного моменту, при досягненні якого переріз переходить у пластичний стан із можливістю необмеженого деформування. Але для арки такий підхід не може бути прийнятий, так як у її перерізах виникають значні поздовжні сили. Ігнорування поздовжніх сил приводить до помилок у визначенні граничного навантаження. Тому для арок при визначенні граничного стану поперечного перерізу важливо враховувати і згинальний момент і поздовжню силу. Тобто, для переходу перерізу у граничний стан до нього потрібно прикласти граничний момент, якому відповідає певна поздовжня сила. Це приводить до поняття області міцності перерізу, побудовану у координатах згинальний момент – поздовжня сила. Границя цієї області вказує на граничний стан перерізу і описується умовами текучості, які можна одержати, розглянувши пластичну рівновагу перерізу. Використовуючи умови текучості, рівняння рівноваги арки і деякі обмеження можна скласти оптимізаційну задачу для знаходження граничного навантаження. Граничне навантаження (цільова функція) це найменше навантаження, яке задовольняє рівнянням рівноваги арки, умовам текучості і обмеженням. Змінною проекту є координата перерізу, яке переходить у пластичну стадію. Розв'язок такої задачі для арок постійної і змінної жорсткості виконувався за допомогою електронних таблиць. Також були виконані розрахунки арок у ПК Ліра-САПР. Порівняння результатів розрахунку показало задовільну збіжність.

**Ключові слова:** арки, пружнопластичне тіло, двотавровий армований перетин, область міцності, розрахунок за граничною рівновагою.

## LIMIT STATE OF REINFORCED DOUBLE-HINGED ARCHES OF I-SECTION

M. Soroka<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*

**Abstract.** The method of determining the limit load for double-hinged arches is considered. The calculation is performed using the limit equilibrium method. The cross-section of the arch is taken in the form of a reinforced I-beam. The strain-deformed state of the I-beam material is described by the Prandtl diagram. But unlike the classical diagram, it has different yield points under tension and compression. The reinforcement material is described by the classic Prandtl diagram with the same yield strength in tension and compression. In most cases, the ultimate equilibrium of the cross-section is based on the use of one factor – the plastic moment, upon reaching which the cross-section enters a plastic state with the possibility of unlimited deformation. But such an approach cannot be adopted for an arch, as significant longitudinal forces arise in its sections. Ignoring longitudinal forces leads to errors in determining the ultimate load. Therefore, for arches, when determining the limit state of the cross section, it is important to take into account both the bending moment and the longitudinal force. That is, for the transition of the section to the limit state, it is necessary to apply a limit moment to it,



which corresponds to a certain longitudinal force. This leads to the concept of the region of cross-sectional strength, constructed in the coordinates of the bending moment - longitudinal force. The boundary of this region indicates the limit state of the cross-section and is described by the flow conditions, which can be obtained by considering the plastic equilibrium of the cross-section. Using the flow conditions, the equilibrium equation of the arch and some constraints, it is possible to formulate an optimization problem for finding the limit load. Limit load (objective function) is the smallest load that satisfies the arch equilibrium equation, yield conditions and constraints. The project variable is the coordinate of the cross-section that enters the plastic stage. The solution of this problem for arches of constant and variable stiffness was performed using electronic spreadsheets. Arch calculations were also performed in PC Lira-CAD. A comparison of the calculation results showed a satisfactory convergence.

**Keywords:** arches, elastoplastic body, reinforced I-section, strength area, calculation by limit equilibrium.

## 1 ВСТУП

Арки досить часто використовуються як несучі конструкції будівель і споруд. Досить часто інженерів цікавить несуча здатність арок, тобто таке навантаження при якому арка перетвориться у механізм. Виконання такого розрахунку для арки спрощується тим, що вісь арки описується безперервною функцією, що дозволяє частину розрахунків виконувати аналітично. Для арки можна одержати залежності для визначення зусиль у вигляді аналітичних формул. Це спрощує подальші розрахунки граничного навантаження. У даній роботі представлена методика розрахунку несучої здатності арки із використанням EXCEL. Аналіз результатів розрахунку дозволить зробити висновки щодо сильних і слабких сторін обраної методики.

## 2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Проблема теоретичного визначення руйнівного навантаження для споруд виникла досить давно. Таку задачу вперше сформулював Галілей. Але через відсутність математичного апарату коректне вирішення задачі тоді було неможливо. І лише першій половині ХХ століття розв'язок задачі знаходження граничного навантаження було отримано у працях [1-4] та інших дослідників. У перших роботах вважалося, що визначальне значення у виникненні граничного стану вносить згинальний момент. Вплив поздовжньої сили вважався незначним. Подальші дослідження показали, що поздовжню силу не завжди можна ігнорувати. Для арованих систем поздовжня сила робить помітний внесок у величину граничного навантаження [3-6]. При розв'язанні задач граничної рівноваги з урахуванням моменту та поздовжньої сили використовується поняття області міцності перерізу. Така область є замкнутою площиною в координатах момент - поздовжня сила. Відповідно до гіпотези теорії граничної рівноваги всередині області міцності матеріал перерізу працює в пружній стадії, а на її межі момент і поздовжня сила досягають граничних значень і з'являється можливість необмеженого пластичного деформування. Графічне зображення області міцності для не армованих перерізів різної форми представлено в [3], [4], [6]. Области міцності прямокутних армованих перерізів представлені в [5], [7-9].

При розв'язку задач граничної рівноваги досить зручними є два методи. Перший метод полягає у складанні та вирішенні екстремальної задачі для знаходження мінімального значення навантаження, що задовольняє рівнянням статички та умов пластичності [3], [5]. Іноді, для спрощення задачі границю області міцності представляють у вигляді багатокутника [5].

Другий метод передбачає послідовне виключення з роботи перерізів, які перейшли у пластичний стан [11]. Це дозволяє досліджувати послідовність появи пластичних зон зі збільшенням навантаження.

## 3 МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою даного дослідження є апробація методики обчислення граничного навантаження для армованої двохарнійної арки двотаврового перерізу. Поставлена задача розрахунку арок постійної і змінної жорсткості. Розв'язок подібної задачі для арок, які мають прямокутний поперечний переріз, представлено у [12]. Граничне навантаження для арок передбачається визначати двома способами. Шляхом формування аналітичних залежностей екстремальної задачі з подальшим розв'язанням чисельним способом з допомогою електронних таблиць і шляхом чисельного розв'язку

задачі методом скінчених елементів у ПК Ліра-САПР із наступним аналізом отриманих результатів.

#### 4 РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Розглянемо двошарнірну кругову арку постійної жорсткості, завантажену рівномірно розподіленим вертикальним навантаженням (рис. 1). Граничне навантаження будемо визначати при врахуванні двох факторів – згинального моменту і поздовжньої сили. Так як система симетрична, то граничний стан арки може бути досягнутий при переході у пластичний стан, або перерізу на осі симетрії арки, або одночасно у двох перерізах, розташованих симетрично відносно осі симетрії.

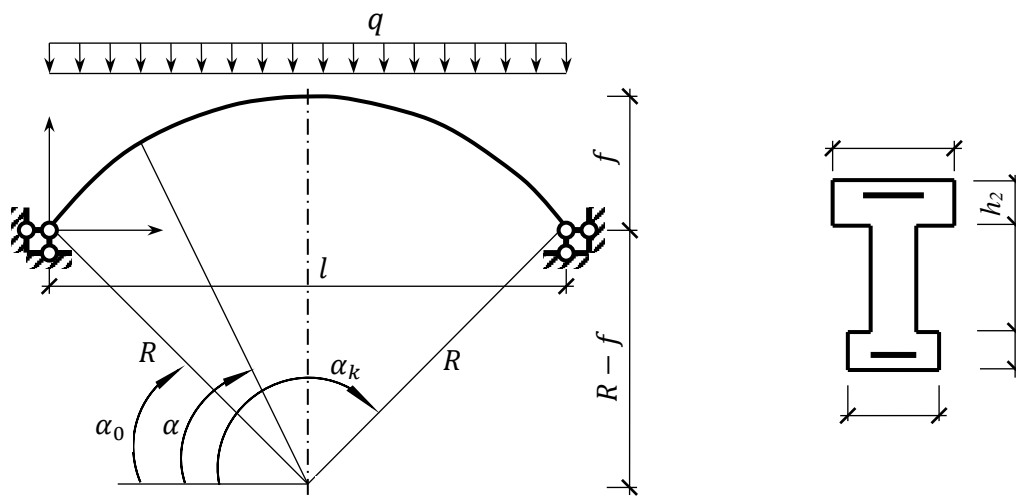


Рис. 1. Розрахункова схем арки

Визначення граничного навантаження для арки базується на розв'язку екстремальної задачі – знайти значення мінімального навантаження, при якому одночасно виконуються умови статичності і умови пластичності. Під умовами статичності розуміємо вирази, одержані при статичному розрахунку арки, які дозволяють визначити момент і поздовжню силу у будь якому перерізі [12]. Умови пластичності для двотаврового перерізу записані із врахуванням згинального моменту і поздовжньої сили. Ці умови мають різний вигляд в залежності від положення центру згину перерізу – у межах верхньої чи нижньої полиці, або у межах стінки двотавра. Тому при розв'язанні задачі знаходження граничного навантаження для арки на кожній ітерації потрібно використовувати умови пластичності відповідно до положення центру згину. Цільовою функцією задачі є значення граничного навантаження, змінними проекту є координата перерізу  $\alpha$ , який переходить у пластичний стан і координата центру згину перерізу. До обмежень задачі відносяться рівняння статичності, умови пластичності, фізичні характеристики матеріалів. Також накладаються обмеження на значення координати перерізу і центру згину.

Для двошарнірної арки постійної жорсткості задача записується у вигляді (1). У цьому виразі позначено;  $M_b$  і  $N_b$  – граничні момент і поздовжня сила у перерізі, який перейшов у пластичний стан;  $H$  – горизонтальна опорна реакція арки, яка визначається за методом сил;  $N_s$  і  $N'_s$  – зусилля у нижній і верхній арматурі.

$$\left. \begin{aligned}
 & q \rightarrow \min; \\
 & M_b = \frac{q}{2} \left( \frac{l^2}{4} - R^2 \cos^2 \alpha \right) - H (R \sin \alpha - R + f); \\
 & N_b = -qR \cos^2 \alpha - H \sin \alpha; \\
 & \text{центр згину у верхній полиці двотавра } h/2 \leq y \leq (h_2 + h/2): \\
 & N_b = -\sigma_{cy} b_2 \left( \frac{h}{2} + h_2 - y \right) + \sigma_{ty} \left[ b_1 h_1 + t h + b_2 \left( y - \frac{h}{2} \right) \right] - N'_s + N_s; \\
 & M_b = \sigma_{cy} \frac{b_2}{2} \left( \frac{h}{2} + h_2 - y \right)^2 + \sigma_{ty} \left[ b_1 h_1 \left( \frac{h_1 + h}{2} + y \right) + t h y + \frac{b_2}{2} \left( y - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + \\
 & \quad + N'_s \left( h_2 - a' + \frac{h}{2} - y \right) + N_s \left( h_1 - a + \frac{h}{2} + y \right) - N_b y; \\
 & \text{центр згину у стінці двотавра } -h/2 \leq y \leq h/2: \\
 & N_b = -\sigma_{cy} \left[ b_2 h_2 + t \left( \frac{h}{2} - y \right) \right] + \sigma_{ty} \left[ b_1 h_1 + t \left( \frac{h}{2} + y \right) \right] - N'_s + N_s; \\
 & M_b = \sigma_{cy} \left[ b_2 h_2 \left( \frac{h + h_2}{2} - y \right) + \frac{t}{2} \left( \frac{h}{2} - y \right)^2 \right] + \sigma_{ty} \left[ b_1 h_1 \left( \frac{h_1 + h}{2} + y \right) + \frac{t}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right)^2 \right] + \\
 & \quad + N'_s \left( h_2 - a' + \frac{h}{2} - y \right) + N_s \left( h_1 - a + \frac{h}{2} + y \right) - N_b y; \\
 & \text{центр згину у нижній полиці двотавра } -(h_1 + h/2) \leq y \leq -h/2: \\
 & N_b = -\sigma_{cy} \left[ b_2 h_2 + t h - b_1 \left( \frac{h}{2} + y \right) \right] + \sigma_{ty} b_1 \left( \frac{h}{2} + h_1 + y \right) - N'_s + N_s; \\
 & M_b = \sigma_{cy} \left[ b_2 h_2 \left( \frac{h_2 + h}{2} - y \right) - t h y + \frac{b_1}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right)^2 \right] + \frac{\sigma_{ty} b_1}{2} \left( \frac{h}{2} + h_1 + y \right)^2 + \\
 & \quad + N'_s \left( h_2 - a' + \frac{h}{2} - y \right) + N_s \left( h_1 - a + \frac{h}{2} + y \right) - N_b y; \\
 & \alpha_0 < \alpha \leq \pi/2.
 \end{aligned} \right. \tag{1}$$

При розгляді арки змінної жорсткості вважалося, що закон зміни моменту інерції поперечного перерізу прийнятий у вигляді:

$$I(\alpha) = I_0 \sin \alpha, \tag{2}$$

де  $I_0$  – момент інерції поперечного перерізу арки на осі симетрії.

Також вважалося, що жорсткість поперечного перерізу арки, відповідно до (2), змінюється за рахунок зміни висоти стінки двотавра  $h$ . Тоді формально для арки змінної жорсткості екстремальна задача залишається у вигляді (1). Але потрібно пам'ятати, що висота стінки двотаврового перерізу залежить від його координати, тобто  $h = h(\alpha)$ . Зважаючи на закон зміни моменту інерції поперечного перерізу двотавра (2), для визначення висоти стінки потрібно розв'язати рівняння:

$$h^3(\alpha) + \bar{a}h^2(\alpha) + \bar{b}h(\alpha) + \bar{c} = 0, \quad (3)$$

де  $\bar{a} = \frac{3}{t} [b_1h_1 + b_2h_2 + \bar{v}(A_s + A')]$ ;

$$\bar{b} = \frac{12}{t} \left[ \frac{b_1h_1^2 + b_2h_2^2}{2} + \bar{v}A_s(h_1 - a) + \bar{v}A'_s(h_2 - a') \right];$$

$$\bar{c} = \frac{4(b_1h_1^3 + b_2h_2^3)}{t} + \frac{12\bar{v}}{t} [A_s(h_1 - a)^2 + A'_s(h_2 - a')^2] - \frac{12I_0}{t} \sin \alpha;$$

$$\bar{v} = E_s/E.$$

**Приклад 1.** Розрахунок арки постійної жорсткості прольотом 20 м із змінною стрілою підйому.

Поперечний переріз арки прийнято у вигляді двотавра із характеристиками:

$$b_1 = 0.4\text{м}; h_1 = 0.2\text{м}; b_2 = 0.4\text{м}; h_2 = 0.2\text{м}; h_0 = 0.8\text{м}; t = 0.15\text{м};$$

$$A_s = 0.001232\text{м}^2; A'_s = 0.000628\text{м}^2; a = 0.03\text{м}; a' = 0.03\text{м};$$

$$\sigma_{cy} = 14500\text{кН/м}^2; \sigma_{ty} = 1300\text{кН/м}^2; \sigma_{sy} = 365000\text{кН/м}^2;$$

$$E = 2.3 \cdot 10^7\text{кН/м}^2; E_s = 2.1 \cdot 10^8\text{кН/м}^2.$$

Розв'язок задачі виконувався у пакеті EXCEL за допомогою функції «Пошук рішення». Ця функція дозволяє досить просто розв'язувати екстремальні задачі із нелінійними залежностями.

Результати розрахунку арки із різним значенням стріли підйому за допомогою EXCEL представлено у табл. 1 і на рис. 2. Для порівняння у таблиці представлені результати нелінійного розрахунку такої ж арки у ПК Ліра-САПР. При використанні ПК Ліра-САПР вісь арки розбивалась на 80 однакових скінчених елементів.

**Таблиця 1**

Результати розрахунку двохарнірної арки постійної жорсткості

Стріла підйому $f$ , м	Граничне навантаження (EXCEL) $q$ , кН/м	Відстань до перерізу із пластиною м	Граничне навантаження (Ліра-САПР) $q$ , кН/м	Збіжність %
1	81.935	10.000	98.4	20.09
2	163.964	10.000	187.74	14.50
3	246.283	10.000	259.2	5.24
4	300.380	1.180	299.77	0.20
5	306.667	1.439	316.8	3.30
6	292.341	1.497	306.9	4.98
7	263.638	1.461	274.96	4.29
8	225.713	1.359	227.25	0.68
9	181.838	10.000	182	0.09
10	129.432	10.000	140.4	8.47

Як бачимо із табл. 1, для арок із стрілою підйому  $4\text{ м} \leq f \leq 8\text{ м}$  у граничному стані утворюються дві симетрично розташовані пластичні зони; для арок  $1\text{ м} \leq f \leq 3\text{ м}$  і  $f = 9\text{ м}$ ,  $f = 10\text{ м}$  утворюється одна зона пластичності на осі симетрії арки. Збіжність граничного навантаження, одержаного за допомогою EXCEL і ПК Ліра-САПР не задовільна для дуже пологих арок і задовільна для інших арок.

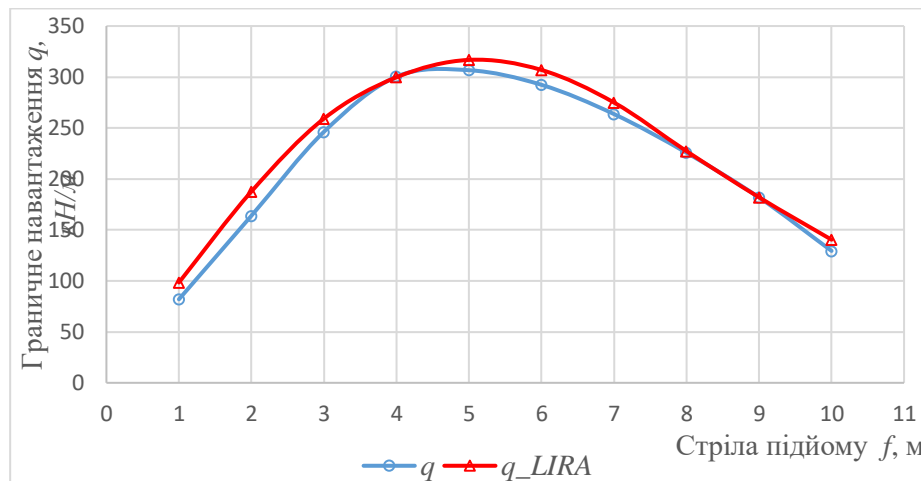


Рис. 2. Граничне навантаження для двохарнірної арки постійної жорсткості

**Приклад 2.** Розрахунок арки змінної жорсткості прольотом 20 м із змінною стрілою підйому.

Поперечний переріз арки прийнято у вигляді двотавра із характеристиками:

$$b_1 = 0.4\text{ м}; h_1 = 0.2\text{ м}; b_2 = 0.4\text{ м}; h_2 = 0.2\text{ м}; h_0 = 0.8\text{ м}; t = 0.15\text{ м};$$

$$A_s = 0.001232\text{ м}^2; A'_s = 0.001232\text{ м}^2; a = 0.03\text{ м}; a' = 0.03\text{ м};$$

$$\sigma_{cy} = 14500\text{ кН/м}^2; \sigma_{ty} = 1300\text{ кН/м}^2; \sigma_{sy} = 365000\text{ кН/м}^2;$$

$$E = 2.3 \cdot 10^7\text{ кН/м}^2; E_s = 2.1 \cdot 10^8\text{ кН/м}^2.$$

Результати розрахунку арки представлені у табл. 2 і на рис. 3.

Таблиця 2

Результати розрахунку двохарнірної арки змінної жорсткості

Стріла підйому $f$ , м	Граничне навантаження (EXCEL) $q$ , кН/м	Відстань до перерізу із пластикою м	Граничне навантаження (Ліра-САПР) $q$ , кН/м	Збіжність %
1	81.717	10.000	98.10	20.05
2	163.741	10.000	185.50	13.29
3	245.029	10.000	250.92	2.40
4	284.266	1.046	284.10	0.06
5	282.286	1.183	288.00	2.02
6	257.628	1.223	268.95	4.39
7	218.921	1.113	223.79	2.22
8	175.194	0.949	170.46	2.70
9	121.617	10.000	122.46	0.69



Як і для арки постійної жорсткості, для арки змінної жорсткості характерна велика розбіжність результатів, одержаних за допомогою EXCEL і ПК Ліра-САПР, для дуже пологих арок.

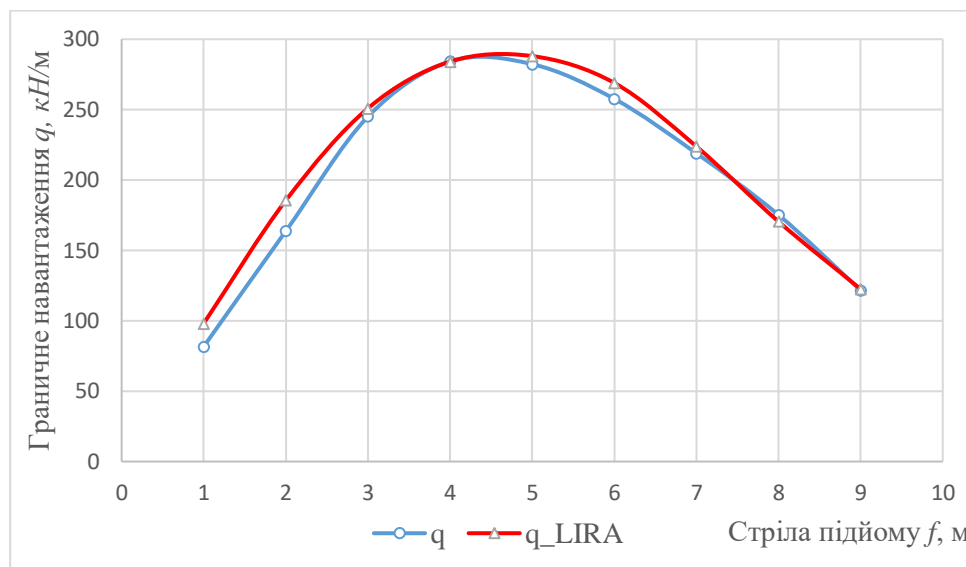


Рис. 3. Граничне навантаження для двох шарнірної арки змінної жорсткості

## 5 ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

Розглянута методика визначення граничного навантаження для симетричних арок із використання пакета EXCEL дозволяє швидко одержати результат. Але для цього потрібно в аналітичному вигляді сформулювати умови статичності і умови пластичності. При наявності цих двох компонентів можна швидко одержати результат. Дану методику можна рекомендувати для розрахунку симетричних арочних систем. У випадку арок із несиметричним навантаженням задача стає значно складнішою. Розв'язок такої задачі потрібно проводити у декілька етапів на кожному із яких потрібно міняти розрахункову схему і формувати нові рівняння статичності. Для того, щоб розраховувати несиметричні арочні і рамні системи потрібно створити інший алгоритм знаходження граничного навантаження. І такий алгоритм, на думку автора, можна створити із використанням методу скінчених елементів для статичного розрахунку арки із будь-яким навантаженням. Переріз, де виникають пластичні деформації і значення відповідного навантаження визначаються із використанням умов пластичності. Для цього потрібно написати відповідну програму розрахунку. Дуже добре для цієї мети підходить ПК ANSYS, який надає можливість писати програми на APDL.

## 6 ВИСНОВКИ

1. Використання EXCEL дозволяє досить просто визначати граничне навантаження для симетричної арочної системи. Але потрібно зауважити, що для різних навантажень потрібно записувати свої умови статичності, тобто у кожному випадку потрібно аналітично розрахувати статично невизначувану арку.

2. При несиметричному навантаженні двох шарнірної арки розрахунок доведеться виконувати у два етапи. На першому етапі визначаються місце де переріз переходить у пластичний стан і відповідне навантаження, на другому – змінити розрахункову схему арки і записати нові рівняння статичності.



3. При розв'язку екстремальної задачі із заданою точністю визначаються як граничне навантаження, так і координата перерізу, у якому виникають пластичні деформації. Точність розрахунку арки методом скінчених елементів у ПК Ліра-САПР залежить від степені дискретизації осі арки.

4. Як показує аналіз рис. 2 і рис. 3, найбільш оптимальним із точки зору несучої здатності арки із двотавровим поперечним перерізом є співвідношення стріли підйому до прольоту що дорівнює  $1/4$ .

## Література

1. Гвоздев А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Москва: Стройиздат, 1949, 248 с.
2. Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов Москва: Гостехиздат, 1954, 287 с.
3. Чирас А. А. Строительная механика, теория и алгоритмы. Москва: Стройиздат, 1989, 256 с.
4. Пиковский А. А. Статика стержневых систем со сжатыми элементами. М.: Физматгиз, 1961. – 394с.
5. Проценко А. М., Власов В. В. Статический принцип предельного равновесия и определение деформированного состояния статически неопределимых железобетонных конструкций в стадии исчерпания их несущей способности. //В сб. НИИЖБ, - «Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций» –М.: Стройиздат, 1972. – с. 191 – 220.
6. Mykola Soroka The limit state of non-hinged arch with a cross-section in the form of an idealized I-beam, <http://www.enggjournals.com/ijet/vol10issue6.html>
7. Mykola Soroka Bearing capacity of structures made of materials with different tensile and compression strengths: 6th International Conference "Actual Problems of Engineering Mechanics", (APEM 2019), Volume 968, pp. 200–208.
8. Russell Bridge & Andrew Wheeler 2000 *Cross-section Strength of Columns*. (Part 1: AS 3600 Design) OneSteel Reinforcing Pty Ltd CAN 004 148 289.
9. Vrouwenvelder A.C.W.M. & Witteveen J. 2003 Plasticity Ct 4150. The plastic behaviour and the calculation of the plates subjected to bending. Technical University Delft Faculty of Civil Engineering and Geosciences p. 121.
10. Сорока М. М. Граничний стан двотаврового армованого перерізу з використанням пружнопластичних діаграм деформування матеріалів. Механіка та математичні методи, 2023. Т. 5. №. 1. С. 72–83.
11. Дарков А. В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. М: «Высшая школа», 1986, 607с.
12. Mykola Soroka Limit State of Arches Made of Elastoplastic Material: IX International Conference "Actual Problems of Engineering Mechanics", (APEM 2022).

## References

1. Gvozdev A. A. Raschet nesushchey sposobnosti konstruktsiy po metodu predel'nogo ravnovesiya. Moscow: Stroyizdat, (1949), – 248 p. [in Russian]
2. Rzhantsyn A. R. Raschet sooruzheniy s uchetom plasticheskikh svoystv materialov. Moscow: The state publishing house of literature on construction and architecture, (1954), 287 p.
3. Chiras A. A. Stroitel'naya mekhanika, teoriya i algoritmi. Moscow: Stroyizdat, (1989), 256 p.
4. Pikovskiy A. A. Statika stержnevih system so szhatimy elementamy. Moscow: State publishing house of physical and mathematical literature, (1961), 394 p. [in Russian]
5. Protsenko A. M., Vlasov V.V. Statischeiy printsip predel'nogo ravnovesiya i opredeleniye deformirovannogo sostoyaniya staticheski neopredelimykh zhelezobetonnykh konstruktsiy v stadii ischerpaniya ikh nesushchey / // V sb. NIIZHB, - «Vozdeystviye staticheskikh, dinamicheskikh i mnogokratno povtoryayushchikhsya nagruzok na beton i elementy zhelezobetonnykh konstruktsiy», Moscow: Stroyizdat, (1972), - p. 191-220 [in Russian].

6. Mykola Soroka The limit state of non-hinged arch with a cross-section in the form of an idealized I-beam, <http://www.enggjournals.com/ijet/vol10issue6.html>
7. Mykola Soroka Bearing capacity of structures made of materials with different tensile and compression strengths: 6th International Conference "Actual Problems of Engineering Mechanics", (APEM 2019), Volume 968, pp. 200-208.
8. Russell Bridge & Andrew Wheeler 2000 *Cross-section Strength of Columns*. (Part 1: AS 3600 Design) OneSteel Reinforcing Pty Ltd CAN 004 148 289.
9. Vrouwenvelder A.C.W.M. & Witteveen J. 2003 Plasticity Ct 4150. The plastic behaviour and the calculation of the plates subjected to bending. Technical University Delft Faculty of Civil Engineering and Geosciences p. 121.
10. Soroka M. M. Granychnyj stan dvotavrovogo armovanogo pereryzu z vykorystannam prugnoplastychnyh diagram deformuvanna materialiv. *Mechanyka ta matematichni metodi*, 2023. T. 5. # 1. С. 72-83.
11. Darkov A. V., Shaposhnikov N.N. *Stroitel'naya mekhanika* Moscow: "Higher school", (1986), 607 p. [in Russian]
12. Mykola Soroka Limit State of Arches Made of Elastoplastic Material: IX International Conference "Actual Problems of Engineering Mechanics", (APEM 2022).

**Сорока Микола Миколайович**

Одеська державна академія будівництва та архітектури  
к.т.н., доцент  
вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна, 65029  
[soroka@odaba.edu.ua](mailto:soroka@odaba.edu.ua),  
ORCID: 0000-0002-9551-9475

*Для посилань:*

Сорока М. М. Граничний стан армованих двохарнірних арок двотаврового перерізу. *Механіка та математичні методи*, 2023. Т. V. №. 2. С. 92–101.

*For references:*

M. Soroka. (2023). Limit state of reinforced double-hinged arches of i-section. *Mechanics and Mathematical Methods*. V(2). 92–101.