

УДК 539.3

## ПРО МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АБСТРАКТНИХ РІВНЯНЬ З ДВОМА НЕВІДОМИМИ

Полетаєв Г. С.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Одеська державна академія будівництва та архітектури*

**Анотація:** В статті розроблено метод розв'язування та якісного дослідження абстрактних рівнянь з двома невідомими із підкілець факторизаційної пари. Зокрема, доведена ознака, необхідна і достатня умова для існування розв'язку вказаних рівнянь, та того, щоб цей розв'язок був один.

До класу досліджуваних рівнянь відносяться інтегральні рівняння типу Вінера-Хопфа та інші рівняння типу згортки. До таких рівнянь належить і матричні рівняння з трикутними матрицями невідомих та спеціальними проекторами, які допускають застосування в механіці. З точки зору, власне, математики, очевидним є застосування в задачі знаходження пари раціональних функцій з полюсами із півплощини, спорідненій відомій задачі типу Рімана-Гільберта-Привалова теорії аналітичних функцій. Певний рівень загальності з точки зору основ теорії кілець та функціонального аналізу при вивченні деяких класів рівнянь і задач, а також серій постановок задачі розв'язуваності конкретних їх видів приводить до необхідності вивчення, зокрема, абстрактних рівнянь з двома невідомими, в підкілцях факторизаційної пари

В роботі розвиваються і застосовуються методи, що відрізняються алгебраїчністю та опираються на аксіоматику кільця з факторизаційними парами, структурні розклади в них, розв'язки задачі факторизації, а також аналітичні методи, засновані на поєднанні спільних положень теорії кілець, теорії аналітичних функцій та функціонального аналізу. Важливим моментом є факторизація по факторизаційній парі, а суттєвими елементами в реалізаціях – використання ідей, методів і аналітичного апарату банахових алгебр, зокрема, теорії максимальних ідеалів Гельфанда, теорем типу Вінера та Вінера–Леві.

Використовуються основні факти теорії лінійних операторів. Розроблені методи дозволяють ефективну побудову якісної теорії абстрактних рівнянь з двома невідомими, тобто вирішувати питання існування чи не існування розв'язків, а також їх кількості. Для задоволення вимогам доведеної теореми в рівняннях, що досліджуються, в деяких випадках можливе послаблення попередніх умов. З іншого боку, необхідно шукати нові рівняння, що підходять під застосування розроблених методів, в тому числі із прикладним змістом.

**Ключові слова:** абстрактні рівняння, кільця, факторизаційні пари, лінійні оператори, рівняння з двома невідомими.

## ABOUT SOLVING METHOD OF ABSTRACT EQUATIONS WITH TWO UNKNOWNNS

G. Poletaev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture*

**Abstract:** Solving method and qualitative research of abstract equations with two unknowns from the subring of factorization pair are developed in the article. In particular, the evidence is proved, that is necessary and sufficient condition for the existence of the solution of these equations, and therefore this solution is one.

The class of studied equations includes the integral equations of Wiener-Hopf type and other convolutional equations. Such equations include matrix equations with triangular matrices of unknowns and special projectors that are can be used in mechanics. Mathematically, it is obviously to use the theory of analytical functions in the parilogic function problem with the poles from a half-



area, related known problem of Riemann-Hilbert-Privalov type. A certain level of universality from the point of view of the fundamentals of ring theory and functional analysis in the study of certain classes of equations and problems, as well as a series of statements of the problem of looseness of their specific types leads to the need to study, in particular, abstract equations with two unknowns, in a subring of a factorization pair.

The methods are developed and used in the paper that are different in algebraic and base on the axiomatics of the ring with factorization pairs, the structural expansions in them, the solutions of the factorization problem, as well as analytical methods based on a combination of common opinions of ring theory, theory of analytical functions and functional analysis. The key aspect is factorization according to the factorization pair, and the essential elements in the realization are the use of ideas, methods and analytical framework of Banach algebra, in particular, Theory of Maximal Ideals of Gelfand, theorems such as Wiener and Wiener-Levy theorems.

The basic facts of linear operator theory are used. The developed methods allow to form effectively qualitative theory of abstract equations with two unknowns, that means to solve the question of the existence or non-existence of the solutions, as well as their number. To satisfy the requirements of the proven theorem in the equations, in some cases it is possible to weaken the previous conditions. On the other hand, it is necessary to look for new equations that are suitable for using of the developed methods, including those with applied content.

**Keywords:** abstract equations, rings, factorization pairs, linear operators, equations with two unknowns.

## 1 ВСТУП

Виявлення загальних властивостей в елементах теорій різних типів рівнянь, а також різних постановок задач розв'язуваності деяких рівнянь одного виду приводить до необхідності вивчення відповідних рівнянь - моделей в абстрактному кільці з факторизаційною парою [1-5]. Зокрема, це відноситься до інтегральних рівнянь типу Вінера-Хопфа та іншим типам згортки [7]. Належать до таких рівнянь і матричні рівняння з трикутними невідомими і проекторами, що допускають важливі застосування в механіці. Перш за все це відноситься до задачі знаходження пари раціональних функцій з полюсами із півплощин, спорідненої відомої задачі типу Рімана-Гільберта-Привалова теорії аналітичних функцій. Їх розгляд приводить до підтвердження вмотивованості дослідження, наприклад, абстрактних рівнянь з двома невідомими із підкілець довільного асоціативного кільця з факторизаційною парою та низки інших абстрактних рівнянь.

Продовжуючи [1-5], через  $R$  позначимо довільне, взагалі, некомутативне і, можливо, неасоціативне кільце з одиницею  $e$ . Нехай  $p^+, p^-$  - комутуючі проектори, тобто адитивні і ідемпотентні відображення  $R \rightarrow R$ . Покладемо:  $p^0 := p^+ p^- (= p^- p^+)$ ,  $p_{\mp} = p^{\mp} - p^0$ . Для будь-якої підмножини  $B \subseteq R$  позначимо  $B^{\mp,0} := p^{\mp,0} B$ ;  $B_{\mp} := p_{\mp} B$ ;  $B^* := B^+ + B^-$ ;

$B_* := B_+ + B_-$ . Для будь-якого елемента  $x \in R$  вважаємо  $x^{\mp,0} := p^{\mp,0} x$ ;  $x_{\mp} := p_{\mp} x$ . Зворотний в  $R$  для оборотного в  $R$  елемента  $x \in R$  означатимемо символом  $x'$ , забезпеченим, при необхідності, додатковими. Для довільних підмножин  $A, B \subseteq R$  визначимо множину [2]  $inv(A, B) := \{x \in A : x' \text{ існує і належить } B\}$ . Покладемо

$inv(A, A) := invA$ . Елемент  $u^+$  [- елемент  $v^0$ , елемент  $w^-$ ] назвемо правильним, якщо  $u^+ \in invR^+$  [ $v^0 \in invR^0, w^- \in invR^-$ ].

Пару підкілець  $(R^+, R^-)[\equiv (R^-, R^+)]$  кільця  $R$  з одиницею  $e$  називатимемо його факторизаційною парою (ФП), якщо вона породжена діючими в  $R$  комутуючими проекторами  $p^+, p^- : R^{\mp} = p^{\mp}(R)$  і виконуються наступні аксіоми (пор. [2]):

$$e \in R^0 (= R^{\mp} \cap R^{\mp}); \quad (1)$$

$$p^0 (= p^{\mp} p^{\pm}) \text{ - кільцевий гомоморфізм } R^+ \text{ та } R^- \text{ в } R^0; \quad (2)$$

$$R^+ R^-, R^- R^+ \subseteq R^+ + R^- (= R^*). \quad (3)$$

Всяке кільце  $R$  з одиницею, що розглядається разом з його фіксованою ФП називається кільцем з цією факторизаційною парою.

Будемо говорити ([1, 3], пор.[2]), що елемент  $a \in R$  допускає в  $R$  ліву (праву) факторизацію ( $l.\phi.$ ( $r.\phi.$ )) по парі підкілець  $(R^+, R^-)$ , якщо існують елементи  $r^+ \in R^+$   $s^+ \in R^0, t^- \in R^-$  такі що

$$a = r^+ s^0 t^- (a = t^- s^0 r^+). \quad (4)$$

Множники  $r^+, s^0, t^-$  в (2) називаються плюс -, діагональним - та мінус -факторами, відповідно. Якщо  $(R^+, R^-)[\equiv (R^-, R^+)]$  ФП кільця  $R$  і має місце як ліва, так і права факторизація (4), будемо говорити, що елемент  $a \in R$  допускає в  $R$  двосторонню [4] факторизацію ( $d.\phi.$ ) (4) по факторизаційній парі підкілець  $(R^+, R^-)$ . У разі, коли кільце  $R$  комутативне, ліва, права і двостороння факторизації (4) співпадають. Ліва (права) факторизація (4) називається: правильною лівою (правою) факторизацією

(*n. l.ф. (n. r.ф.)*), якщо  $r^+, s^0, t^-$  правильні елементи; – нормованою лівою (правою) факторизацією (*n.l.ф.(n.r.ф.)*), якщо  $t^0 = r^0 = e$ ; – нормованою правильною лівою (правою) факторизацією (*n.n. l.ф. (n.n. r.ф.)*), якщо вона є *n.l.ф. (n. r.ф.)* та  $t^0 = r^0 = e$ .

## 2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Вивчення інтегральних рівнянь типу згортки, крайових задач, споріднених задач Рімана–Гільберта–Привалова теорії аналітичних функцій, а також задачі факторизації, та інших рівнянь показує, зокрема, що проблемам їх розв’язності та суміжним питанням присвячено численні дослідження. Вони особливі для різних класів просторів і додаткових припущень.

Математичний апарат досліджень рівнянь типу згортки часто пов’язаний з використанням теорії задачі Рімана–Гільберта при додаткових обмеженнях типу гольдеровості функцій, а в роботах М. Г. Крейна та послідовників – положень гармонічного аналізу і теорії операторів. Ці дослідження вимагають подолання значних аналітичних перешкод. Ідейно вони беруть початок з робіт Б. Рімана, Д. Гільберта, І. Племелі, Т. Карлемана, І. Привалова, Н. Вінера, Е. Хопфа, продовжених Ф. Д. Гаховим, І. М. Рапопортом, В. А. Фоком, Ю. І. Черским, М. Г. Крейном, І. Ц. Гохбергом, С. Г. Крейном, А. Г. Костюченко, Ю. М. Березанським, В. С. Королюком, Г. Я. Поповим, Л. П. Нижником, А. Г. Баскаковим, Е. І. Зверовічем, С. М. Мхітаряном, І. А. Фельдманом, І. Б. Симоненко, Н. К. Карапетянцем, С. Г. Самко, Н. Б. Енгібаряном, М. А. Мнацакяном, Л. С. Раковщиком, І. І. Комяком, В. А. Малишевим, і, до теперішнього часу, іншими. Вони мотивуються внутрішнім розвитком математики і потребами застосувань. Відомо, наприклад, що в ряді задач математичної і теоретичної фізики, теорії пружності, астрофізики розвідувальної геофізики, гідродинаміки, гідроаеромеханіки, теоріях атомного ядра, ігор, масового обслуговування, хвилеводів, оптимального прогнозу, фільтрації сигналів та інших виникають інтегральні або інтегро-диференціальні рівняння з ядрами, які залежать від різниці аргументів, або задача Рімана–Гільберта, рівняння Вінера–Хопфа.

Коротка історія таких рівнянь типу згортки, як інтегральне Вінера–Хопфа, парне і відповідне транспоноване, а також задачі Рімана–Гільберта–Привалова є в роботах Ф. Д. Гахова, М. Г. Крейна, І. Ц. Гохберга, В. І. Смагиної, В. І. Смирнова, І. А. Фельдмана, Г. Н. Чеботарьова, Ю. І. Черського та інших. Початок проникненню в ці дослідження ідей бананових алгебр покладено М. Г. Крейном (1958). В роботах М. Г. Крейна і І. Ц. Гохберга (1958, 1964, 1967) та інших авторів підготовлена база істотного внеску А. McNabb’а, А. Schumitzky’ого (1972) в формування поняття факторизації елемента абстрактного кільця, не обов’язково нормованого. При цьому, в теоріях деяких класів рівнянь та задач спостерігаються загальні елементи.

Певний рівень загальності з точки зору основ теорії кілець та функціонального аналізу при вивченні деяких класів рівнянь і задач, а також серій постановок задачі розв’язуваності конкретних їх видів приводить до необхідності вивчення, зокрема, абстрактних рівнянь з двома невідомими, в підкільцях факторизаційної пари.

## 3 ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження має на меті знаходження ознаки того, що абстрактне рівняння з двома невідомими має розв’язок.

Задачі дослідження:

- встановити існування рішень та умови, які забезпечують, щоб розв’язок був один,

- вказати споріднені до відомих типи рівнянь, які допускають застосування отриманих результатів та метод їх розв'язування.

#### 4 РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Розглядається абстрактне рівняння відносно невідомих  $x^+ \in R^+$ ,  $x_- \in R_-$  виду

$$ax^+ + x_- = b, \tag{5}$$

де  $a, b \in R$  відомі елементи. Рівняння (5), що вивчається в кільці  $R$  з ФП можна трактувати як підвид абстрактного двупроєкторного двочленного першого порядку рівняння в кільці з ФП [1, 3]. Це ж рівняння виникає при дослідженні першого рівняння (1)[1].

Рівняння (5) в кільці з ФП можна досліджувати на основі результатів [1,3] чи вказаними в цих роботах методами, безпосередньо. Має місце.

**Теорема.** Нехай  $R = R^*$  - асоціативне, взагалі, некомутативне кільце з одиницею  $e$  і ФП  $(R^+, R^-)$  – коефіцієнт  $a \in R$  має в  $R$  зворотний  $a'$ . Якщо при цьому зворотний елемент  $a'$  допускає в  $R$  нормовану правильну ліву факторизацію (н.п.л.ф.) [1, 3] по ФП  $(R^+, R^-)$ :

$$a' = r^+ s^0 t^-, \tag{6}$$

тоді при будь-якій правій частині  $b \in R$  рівняння (5) має в  $R$  один і тільки один розв'язок  $x^+ \in R^+$ ,  $x_- \in R_-$ . Його можна визначити по формулах:

$$\begin{aligned} x^+ &= r^+ s^0 [t^- b^+]^+; \\ x_- &= t'^- [t^- b^+]_-. \end{aligned} \tag{7}$$

Останню з формул (7) можливо перетворити до виду

$$x_- = b_- + t'^- [t^- b^+]_-. \tag{8}$$

**Доведення.** Нехай умови теореми виконані і рівняння (5) із заданою правою частиною  $b \in R$  має деякий розв'язок  $(x^+; x_-)$ ,  $x^+ \in R^+$ ,  $x_- \in R_-$ . Тоді, необхідно

$$a = t'^- s^0 r^+; \quad ax^+ + x_- = t'^- s^0 r^+ x^+ + x_- = b.$$

Звідси витікає, що  $s^0 r^+ x^+ + t^- x_- = t^- b$ . Застосовуючи до останньої рівності проєктори  $p^+$ ,  $p_- = p^- - p^0$ , відповідно, встановлюємо:

$$\begin{aligned} p^+[s^0 r^+ x^+] + p^+[t^- x_-] &= p^+[t^- b]; \\ s^0 r^+ x^+ &= p^+[t^- b]; \\ x^+ &= r^+ s^0 p^+[t^- b^+ + t^- b_-] = r^+ s^0 p^+[t^- b^+]; \\ p_-[s^0 r^+ x^+] + p_-[t^- x_-] &= p_-[t^- b]; \\ t^- x_- &= p_-[t^- b]; \\ x_- &= t'^- p_-[t^- b]; \\ t'^- p_-[t^- b] &= t'^- p_-[t^- b_- + t^- b^+] = t'^- p_-[t^- b_-] + t'^- p_-[t^- b^+] = \end{aligned}$$



$$= t^{-1}t^{-}b_{-} + t^{-1}p_{-}[t^{-}b^{+}] = b_{-} + t^{-1}p_{-}[t^{-}b^{+}];$$

$$x_{-} = b_{-} + t^{-1}p_{-}[t^{-}b^{+}].$$

Таким чином, цей розв'язок  $(x^{+}; x_{-})$ ,  $x^{+} \in R^{+}$ ,  $x_{-} \in R_{-}$  допускає представлення формулами (7) і останню з цих формул можливо перетворити у (8). Незавжди показати, що і, навпаки, встановлену формулу (8) можна перетворити до другої з формул (7)

$$x_{-} = b_{-} + t^{-1}[t^{-}b^{+}]_{-} = b_{-} + t^{-1}[t^{-}\{b - b_{-}\}]_{-} = b_{-} + t^{-1}[t^{-}b]_{-} - t^{-1}[t^{-}b_{-}]_{-} =$$

$$= b_{-} + t^{-1}[t^{-}b]_{-} - t^{-1}t^{-}b_{-} = b_{-} + t^{-1}[t^{-}b]_{-} - b_{-} = t^{-1}[t^{-}b]_{-}.$$

Навпаки. При будь-якій правій частині  $b \in R$  рівняння (5) праві частини формул (7), (8) визначають деякі елементи  $(x^{+}; x_{-})$ ,  $x^{+} \in R^{+}$ ,  $x_{-} \in R_{-}$ . Підстановкою переконаємося, що утворена ними пара елементів  $(x^{+}; x_{-})$  є розв'язком в  $R$  рівняння (5) із заданою правою частиною  $b \in R$ . Насправді, в силу *н.н.л.ф.*  $a' = r^{+}s^{0}t^{-}$ , витікає вид коефіцієнта рівняння (5):

$$a = t^{-1}s^{0'}r^{+'}.$$

Тому,

$$ax^{+} + x_{-} = t^{-1}s^{0'}r^{+'}\{r^{+}s^{0}[t^{-}b^{+}]^{+}\} + b_{-} + t^{-1}[t^{-}b^{+}]_{-} = t^{-1}s^{0'}r^{+'}r^{+}s^{0}[t^{-}b^{+}]^{+} + b_{-} +$$

$$+ t^{-1}\{t^{-}b^{+} - [t^{-}b^{+}]^{+}\} = t^{-1}[t^{-}b^{+}]^{+} + b_{-} + t^{-1}t^{-}b^{+} - t^{-1}[t^{-}b^{+}]^{+} = b_{-} + b^{+} = b.$$

Доведемо, що розв'язок є єдиним. Зрозуміло, це витікає і з першої частини доказу. Для безпосереднього доказу, припустимо, що, окрім визначуваного формулами (7) розв'язку  $(x^{+}; x_{-})$ ,  $x^{+} \in R^{+}$ ,  $x_{-} \in R_{-}$  рівняння (5) із заданою фіксованою правою частиною  $b \in R$ , існує ще один його розв'язок  $(x_{1}^{+}; x_{1-})$ ,  $x_{1}^{+} \in R^{+}$ ,  $x_{1-} \in R_{-}$  в  $R$ .

Тоді, за умов теореми

$$ax^{+} + x_{-} - \{ax_{1}^{+} + x_{1-}\} = a[x^{+} - x_{1}^{+}] + x_{-} - x_{1-} = b - b = 0.$$

Тому

$$t^{-1}s^{0'}r^{+'}[x^{+} - x_{1}^{+}] = x_{1-} - x_{-},$$

$$(R^{+} \supset) s^{0'}r^{+'}[x^{+} - x_{1}^{+}] = t^{-}[x_{1-} - x_{-}] (\in R_{-}).$$

Отже

$$s^{0'}r^{+'}[x^{+} - x_{1}^{+}] = 0; \quad t^{-}[x_{1-} - x_{-}] = 0,$$

$$x^{+} - x_{1}^{+} = 0; \quad x_{1-} - x_{-} = 0; \quad x^{+} = x_{1}^{+}; \quad x_{1-} = x_{-}.$$

Останнє і означає, що рішення в  $R$  єдино. Теорему доведено.

## 5 ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

У відповідних кільцях з ФП, можна реалізувати результат: для матричних рівнянь з двома невідомими трикутними матрицями [5]:

$$AX^+ + X_- = B;$$

- для «спорідненої» типу Рімана-Гільберта-Привалова задачі [6-8] з контурною умовою на зімкнутій [7] дійсній осі

$$A(x)X^+(x) + X_-(x) = B(x), \quad (x \in \{-\infty, \infty\});$$

- для інтегрального рівняння типу згортки

$$x(t) - \int_0^\infty k(t-s)x(s)ds = f(t), \quad -\infty < t < \infty,$$

пов'язаного з інтегральним типу Вінера-Хопфа [1, 6, 7].

Метод розв'язку рівняння виду (5) в припущенні виконання умов теореми може бути заснований на проекторному підході в кільці з факторизаційною парою і полягати в наступному:

1. Встановити відповідне конкретне основне кільце з факторизаційною парою, в якому рівняння, що вивчається, допускає запис у формі (5). При цьому невідомі повинні відшукуватися у відповідних підкільцях, що утворюють факторизаційну пару основного кільця.

2. Провести необхідну факторизацію по підкільцях факторизаційної пари і представити зворотний коефіцієнту  $a$  в основному кільці елемент  $a'$  у факторизованому виді (6). Виписати його фактори-множники.

3. По формулах (7), (8), реалізованим в конкретному основному кільці, побудувати шуканий розв'язок.

## 6 ВИСНОВКИ

Розроблені методи дозволяють ефективну побудову якісної теорії абстрактних рівнянь з двома невідомими, тобто вирішувати питання існування чи не існування розв'язків, а також їх кількості. Для задоволення вимогам доведеної теореми в рівняннях, що досліджуються, в деяких випадках можливе послаблення попередніх умов. З іншого боку, необхідно шукати нові рівняння, що підходять під застосування розроблених методів, в тому числі із прикладним змістом.

## Литература

1. Полетаев Г. С. Об уравнениях и системах одного типа в кольцах с факторизационными парами / Г. С. Полетаев // – К., АН УССР. Ин-т матем.; 88.31. – 1988. – 20с.
2. McNabb A., Schumitzky A. Factorization of operators–I. Algebraic theory and examples / A. McNabb, A. Schumitzky // Journal of Functional Analysis. –9, №3. –1972, С.262–295.
3. Полетаев Г. С. Некоторые результаты о парных уравнениях в кольцах с факторизационными парами / Г.С. Полетаев // - Вісник Харк. Нац. ун-ту. Серія «Математика, прикладна математика і механіка». – №582, вип. 52. – 2003. – С. 143-149.
4. Нижник Л. П. Обратная нестационарная задача рассеяния/ Л. П. Нижник // – Киев: Наук. думка, 1973. – 182с.
5. Войтик Т.Г., Полетаев Г. С. Уравнения с неизвестными треугольными матрицами, связанные с однопроекторными второго порядка / Т. Г. Войтик, Г. С. Полетаев // Шестнадцатая МНК им. акад. М. Кравчука. Материалы конференции II. Алгебра. Геометрия. Математический анализ. – Киев, 2015. – С. 82-84.
6. Гахов Ф. Д., Черский Ю. И. Уравн. типа свертки / Ф. Д. Гахов, Ю. И. Черский // – М.: Наука, 1978. – 296с.
7. Крейн М. Г. Интегральные уравнения на полупрямой с ядром, зависящим от разности аргументов / М. Г. Крейн // Успехи мат. Наук. – 1958. – 13, вып. 5(83). – С. 3 – 120.
8. Гахов Ф. Д. Краевые задачи / Ф. Д. Гахов // – Москва: ГИФМЛ. – 1963. – 640с.

9. Нижник Л. П. Одномерный оператор Шредингера с точечными взаимодействиями в пространствах Соболева / Л. П. Нижник // Функ. анализ и его прил. – 40, №2. – 2006. – С. 74-79.
10. Аров Д. З., Крейн М. Г. Задача об отыскании минимума энтропии в неопределенных проблемах продолжений / Д. З. Аров, М. Г. Крейн // Функ. анализ и его прил. – 15, №2. – 1981. – С. 61-64.

## References

1. Poletaev, G. S. (1988). Ob uravnenijah i sistemah odnogo tipa v kolzah z factoriz. Parami. K., AN USSR. In-t mat. 88.31, 20.
2. McNabb, A., Schumitzky, A. (1972). Factorization of operators–I: Algebraic theory and examples. Journal of Functional Analysis, 9(3), 262–295.
3. Poletaev, G. S. (2003). Nekotorye rezultaty o parnyh uravnenijah v kolzah s faktorizacionnymi parami. Wisnyk Hark. Naz. Un-tu. Serija Matematika, prikladna matematika i mehanika. 582(52), 143-149.
4. Niznik, L. P. (1973). Obratnaja nestazionarnaja zadasha rassejanija. K.: Nauk. Dumka. 182.
5. Voitik, T. G., Poletaev, G. S. (2015). Uravnenija s neizvestnymi treugolnymi matrizami, svjazannye s odnoproektornymi vtorogo porjadka. K. XVI MNK im. ak. M.Kravshuka. Algebra. Geometrija. Matematishesk. Analiz. 82-84.
6. Gahov, F. D., Sherski, Ju. I. (1978). Uravn. tipa svertki. M.: Nauka, 296 c.
7. Krein, M. G. (1958). Integralnye uravnenija na poluprjamoi s jadrom, zavisjaschim ot raznosti argumentov. Uspehi mat. Nauk. 13, 5(83). 3 – 120.
8. Gahov, F. D. (1963). Kraevye zadachi. M.: GIFML. 640.
9. Niznik, L. P. (2006). A One-Dimensional Schrodinger Operator with Point Interactions on Sobolev Spaces. Funk.Anal. Appl., 40(2), 143-147.
10. Arov, D. Z., Krein, M. G. (1981). Problem of search of the minimum of entropy in indeterminate extension problems. Funk.Anal. Appl., 15:2, 61-64.

### **Полетаєв Геннадій Степанович**

Одеська державна академія будівництва та архітектури, к.ф.-м.н., доцент  
вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна 65029  
poletayev\_gs@ukr.net  
ORCID: 0000-0002-1989-808X

### *Для посилань:*

Полетаєв Г. С. Про метод розв'язання абстрактних рівнянь з двома невідомими / Г. С. Полетаєв // Механіка та математичні методи. – 2020. – Том 2, Вип. 1. – С. 81–88.

### *For references:*

Poletaev, G. (2020). About the method of solving abstract equations with two unknown. mechanics and mathematical methods 2 (1), 81-88.