

УДК 624.012.45:519.816

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ СКЛАДІВ РЕСТАВРАЦІЙНИХ КОМПОЗИТІВ

Колесников А. В.¹, Семенова С. В.¹, Левицький Д. В.¹

¹Одеська державна академія будівництва та архітектури

Анотація: Розроблено та теоретично обґрунтовано методологію багатокритеріальної оптимізації штукатурно-реставраційних складів для карбонатних основ історичних будівель, зокрема, будівель з вапняку-черепашнику, на засадах системного аналізу критеріїв сумісності та концепції адаптації. Вихідною позицією дослідження є трактування системи «основа – реставраційний матеріал» як єдиної системи з ієрархічно пов'язаними структурними, фізико-механічними та масообмінними характеристиками. Підвищення окремих експлуатаційних показників реставраційного розчину, наприклад, міцності на стиск, адгезії, може супроводжуватися погіршенням паропроникності або деформативної сумісності, що зумовлює необхідність переходу від однокритеріального до багатокритеріального підходу. У роботі систематизовано сучасні методи векторної оптимізації, зокрема підхід Парето, методи згортки критеріїв, а особливо – функції бажаності, і проаналізовано можливість їх застосування до задач будівельного матеріалознавства. Обґрунтовано доцільність нормалізації часткових критеріїв та їх подальшої агрегації у глобальний показник адаптації з урахуванням вагових коефіцієнтів важливості. Розглянуто різні типи експериментально-статистичних моделей, що формуються в межах плануваного експерименту, та показано їх роль як математичної основи для прогнозування властивостей реставраційних композитів залежно від рецептурно-технологічних факторів. Сформульовано систему парціальних критеріїв сумісності, яка містить механічну, деформаційну та пористо-капілярну складові. Запропоновано алгоритм переходу від регресійних моделей окремих властивостей до інтегрального критерію оптимальності шляхом побудови часткових функцій бажаності та їх поступової агрегації. Практичну реалізацію методології продемонстровано на прикладі оптимізації штукатурних композитів на основі вапна, запропонованих для реставрації будівель з вапняку-черепашнику, з використанням програмного забезпечення *Design Expert*. Отримані результати підтверджують ефективність запропонованого підходу для науково обґрунтованого проектування реставраційних складів із забезпеченням структурної та експлуатаційної сумісності з матеріалом основи історичних будівель.

Ключові слова: векторна оптимізація, штукатурно-реставраційні композити, функція бажаності, ієрархія критеріїв, сумісність, адаптація, властивості, експериментально-статистичне моделювання.

MULTI-CRITERION OPTIMIZATION OF RESTORATIVE COMPOSITE COMPOSITIONS

A. Kolesnykov¹, S. Semenova¹, D. Levytskyi¹

¹Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture

Abstract. A methodology for the multi-criteria optimization of plaster restoration compositions for carbonate substrates of historic buildings, in particular shell limestone, has been developed and theoretically substantiated on the basis of a systemic analysis of compatibility criteria and the concept of adaptation. The study is grounded in interpreting the “substrate–restoration material” system as an integrated entity with hierarchically interconnected structural, physical-mechanical, and mass-transfer characteristics. Enhancement of certain performance properties of restoration mortars, such as compressive strength or adhesion, may lead to reduced vapor permeability or deformational compatibility, which necessitates a transition from a single-criterion to a multi-criteria approach. The paper systematizes modern vector optimization methods, including the Pareto approach, criteria



convolution techniques, and especially desirability functions, and analyzes their applicability to construction materials science. The expediency of normalizing partial criteria and their subsequent aggregation into a global adaptation index with consideration of weighting coefficients is substantiated. Various types of experimental-statistical models formed within a designed experiment are examined, and their role as a mathematical basis for predicting the properties of restoration composites depending on mix-design and technological factors is demonstrated.

A system of partial compatibility criteria, including mechanical, deformational, and pore-capillary components, is formulated. An algorithm is proposed for transitioning from regression models of individual properties to an integral optimality criterion through the construction of partial desirability functions and their stepwise aggregation. The practical implementation of the methodology is demonstrated through the optimization of lime-based plaster composites proposed for the restoration of shell limestone buildings using the Design Expert software package. The results confirm the effectiveness of the proposed approach for the scientifically grounded design of restoration compositions ensuring structural and operational compatibility with the substrate material of historic buildings.

Keywords: vector optimization, plaster and restoration composites, desirability function, hierarchy of criteria, compatibility, adaptation, properties, experimental-statistical modeling.

1 ВСТУП

Проблема оптимізації складу будівельних композиційних матеріалів для досягнення необхідних властивостей є однією з центральних задач сучасного будівельного матеріалознавства. Особливої актуальності ця проблема набуває стосовно реставраційних та оздоблювальних матеріалів, що функціонують у безпосередньому контакті з основами історичних будівель, зокрема, будівель з вапняку-черепашнику, де помилки у виборі складу можуть призвести до незворотної деградації об'єктів культурної спадщини. Штукатурно-реставраційні композити характеризуються надзвичайно широким спектром вимог до їх властивостей, що природним чином призводить до необхідності розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації.

Математичною основою для багатокритеріальної оптимізації складів будівельних композитів є експериментально-статистичні моделі, що встановлюють кількісні зв'язки між рецептурно-технологічними факторами та властивостями матеріалу. Побудова таких моделей базується на методології планування експерименту та регресійного аналізу. Важливим аспектом багатокритеріальної оптимізації є агрегація часткових (парціальних) критеріїв у узагальнений (глобальний) критерій якості, що може здійснюватися різними методами від простих адитивних згорток до складних ієрархічних структур критеріїв з використанням функції бажаності. Тому поєднання методів багатокритеріальної оптимізації і ієрархічної агрегації критеріїв при проектуванні складів реставраційних композитів є важливою та актуальною задачею.

2 АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Загальна задача багатокритеріальної (векторної) оптимізації у будівельному матеріалознавстві формалізується як пошук оптимального рішення $\mathbf{x}^* \in X \subset \mathbb{R}^n$ у просторі рецептурно-технологічних факторів при наявності множини критеріїв якості $f_i(\mathbf{x})$, $i = 1, 2, \dots, m$, $m \geq 2$ [1, 2, 3]. У випадку проектування складів штукатурних композитів для реставрації історичних будівель з вапняку-черепашнику компоненти вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ можуть інтерпретуватися як вміст в'язучого, мінеральних і функціональних добавок, гранулометричні параметри наповнювачів, умови тверднення тощо, а область допустимих рішень X визначається технологічними, ресурсними, нормативними та сумісними обмеженнями [4, 5]. Математично задача подається як знаходження \mathbf{x}^* , що максимізує векторний критерій $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$ при обмеженнях $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$, $j = 1, \dots, p$, $h_k(\mathbf{x}) = 0$, $k = 1, \dots, q$ [6]. У контексті забезпечення сумісності реставраційних композитів з черепашником критерії f_i можуть включати адгезійну міцність, паропроникність, модуль деформації, показники усадки, морозостійкість, солестійкість, капілярне водопоглинання, довговічність у циклах «зволоження – висушування» [4, 7, 8]. Якщо певний критерій підлягає мінімізації (наприклад, усадка або модуль пружності для забезпечення деформаційної сумісності), він зводиться до задачі максимізації шляхом перетворення $f_i(\mathbf{x}) \rightarrow -f_i(\mathbf{x})$ або $f_i(\mathbf{x}) \rightarrow 1/f_i(\mathbf{x})$ для додатних величин [1, 3].

Принципова особливість описаного підходу полягає в конфліктності критеріїв [9, 10]. Для систем «реставраційний композит – пористий карбонатний камінь» підвищення міцності за рахунок зростання щільності структури неминуче зменшує відкриту пористість і паропроникність, що може порушити вологісний баланс системи та спричинити акумуляцію солей у приповерхневій зоні [11, 12]. Аналогічно, зниження модуля пружності для досягнення механічної сумісності з основою може супроводжуватися зменшенням тріщиностійкості або ерозійної стійкості штукатурного шару. Таким чином, задача оптимізації набуває характеру пошуку компромісу між механічною, гігроскопічною, термічною та хімічною сумісністю [11, 13].

У зв'язку з відсутністю єдиного рішення, що одночасно максимізує всі f_i , вводиться поняття оптимальності за Парето [2, 6, 14]. Рішення $\mathbf{x}^* \in X$ є Парето-оптимальним, якщо не існує $\mathbf{x} \in X$, для якого $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\mathbf{x}^*)$ для всіх $i = 1, \dots, m$ і принаймні для одного індексу виконується строга нерівність. Множина таких рішень утворює Парето-фронт $P \subset X$, що у просторі критеріїв відповідає поверхні компромісів [1, 15-18].

Практична реалізація багатокритеріальної оптимізації передбачає або апріорне задання переваг (вагових коефіцієнтів, граничних значень), або апостеріорний вибір із множини Парето, або інтерактивні процедури з поетапним уточненням пріоритетів [2, 13]. В задачах будівельного матеріалознавства часто застосовується метод згортки критеріїв, що зводить векторну задачу до скалярної [9]. Вибір способу згортки визначається характером експериментальних даних та статистичною стійкістю оцінок.

У програмних засобах планування експерименту широко застосовуються функції бажаності, що трансформують кожний відгук $Y_i = f_i(\mathbf{x})$ у безрозмірний показник часткової бажаності $d_i \in [0,1]$ [3, 12, 18, 19].

Наприклад, для сценарію, де метою є максимізація показника, функція має вигляд

$$d_i = \begin{cases} 0, & Y_i < L \\ \left(\frac{Y_i - L}{T - L}\right)^s, & L \leq Y_i \leq T, \\ 1, & Y_i > T \end{cases}$$

де L – нижня межа допустимих значень; T – цільове (бажане) значення; s – параметр ваги, що визначає кривизну функції.

При $s > 1$ функція стає «суворішою», тобто різкіше штрафує систему за відхилення від цілі. При $s < 1$ залежність функції бажаності від показника Y має більш «м'який» характер.

Для отримання комплексної оцінки всі отримані часткові показники агрегуються в єдиний критерій оптимальності – загальну бажаність (D). У класичному представленні вона розраховується як зважене середнє геометричне:

$$D = \left(\prod_{i=1}^m d_i^{w_i} \right)^{\frac{1}{\sum w_i}},$$

де w_i – коефіцієнти важливості (importance), що відображають експертну оцінку внеску кожного критерію у функціональну надійність системи [12, 18].

Геометричний характер середнього забезпечує мультиплікативну взаємодію критеріїв: якщо хоча б один $d_i \rightarrow 0$, то й $D \rightarrow 0$, що відповідає концепції «вузького місця» у довговічності композиції [9, 11]. Процес оптимізації полягає у розв'язанні задачі $\max_{\mathbf{x} \in X} D(\mathbf{x})$.

При вирішенні прикладних задач, наприклад, при проектуванні реставраційно-штукатурних складів для черепашника, така формалізація дозволяє інтегрувати структурні, механічні, фізичні та експлуатаційні критерії в єдину розрахункову схему [7, 16, 20]. Це створює основу для переходу від емпіричного підбору рецептур до науково-обґрунтованого проектування складу реставраційних композицій із прогнозованими параметрами сумісності та адаптації [5, 21].

Незважаючи на те, що підхід до багатокритеріальної оптимізації в будівельному матеріалознавстві достатньо розроблений і є складовою багатьох програмних пакетів для вирішення оптимізаційних задач, метод ієрархічної агрегації однорідних за змістом критеріїв недостатньо досліджений для прикладного застосування, зокрема, при

проектуванні складів штукатурно-реставраційних композитів. Окрім того, недостатньо проаналізовані критерії оптимізації матеріалу, що функціонує біля границі розділу з основою. Застосування критеріїв оптимальності як критеріїв сумісності двох різних матеріалів та як критеріїв взаємоадаптації цих матеріалів разом з апаратом багатокритеріальної оптимізації та ієрархічною агрегацією критеріїв, на наш погляд, може бути адекватно використаний в задачах будівельного матеріалознавства.

3 ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Ціль роботи полягає у розробці науково обґрунтованої методології багатокритеріальної оптимізації складів штукатурно-реставраційних матеріалів на основі системного аналізу критеріїв сумісності та адаптації з історичними основами, застосування сучасних методів математичного моделювання з використанням функції бажаності.

Для досягнення поставленої мети у роботі вирішуються такі задачі:

- систематизувати та проаналізувати методи багатокритеріальної оптимізації й експериментально-статистичного моделювання та оцінити можливість їх застосування до задач будівельного матеріалознавства з урахуванням специфіки штукатурно-реставраційних композитів;
- дослідити методи ієрархічної агрегації парціальних критеріїв, зокрема дробово-раціональних, сформулювати систему критеріїв сумісності та адаптації штукатурно-реставраційних матеріалів з основою;
- розробити алгоритм агрегації парціальних критеріїв сумісності та адаптації з переходом до глобального критерію оптимальності на основі функції бажаності та визначення оптимальних складів;
- на прикладі реставраційних штукатурок для карбонатних кам'яних основ (вапняк-черепашник) продемонструвати практичну реалізацію розробленої методології з використанням програмного додатка *Design Expert*.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

У задачах проектування реставраційних композиційних матеріалів, що характеризуються множиною потенційно конфліктних експлуатаційних вимог, доцільним є застосування багатокритеріальної оптимізації. При постановці завдання оптимізації за допомогою згортки окремих критеріїв в функцію бажаності оптимізація полягає у максимізації показника бажаності D . Рішення, яке забезпечує найбільше значення загальної функції бажаності, вважається оптимальним у багатокритеріальному сенсі.

Для штукатурних складів, що функціонують поблизу границі розділу з основою, необхідно враховувати не тільки абсолютні значення властивостей матеріалу, а й їх співвідношення з властивостями основи. Це призводить до необхідності формулювання спеціальних критеріїв сумісності та адаптації. Парціальні критерії можна класифікувати за різними ознаками залежно від їх фізичної природи та форми математичного вираження.

Для комплексної оцінки придатності штукатурно-реставраційних складів обрано показники об'ємної контракції ($C_{vol.}$) пластичної міцності (R_{pl}) паропроникності (WVP), водонасичення (WS), адгезійної міцності (R_{adh}) та міцності на стиск (R_c), які характеризують початкове структурування, вологісний режим, стійкість до сольової корозії і механічну стабільність у системі з фізично зношеним вапняком-черепашником та охоплюють усі ключові етапи «життя» матеріалу – від тільки сформованого розчину до довготривалої експлуатації композиту.



Процес кількісної оцінки та оптимізації реставраційних складів базується на формулюванні системи шести критеріїв $K_1 - K_6$, які відображають фізико-механічну та технологічну сумісність нового матеріалу з основою – вапняком-черепашником. Для подальших розрахунків приймаємо характеристики «ослабленого» черепашника (в складі історичних будівель) в інтервалах: міцність на стиск R_{Cbase} становить 2,5 – 3,5 МПа, а паропроникність WVP_{base} знаходиться в діапазоні 0,10-0,18 мг/(м·год·Па).

Перший критерій $K_1 = R_c / R_{Cbase}$ описує механічну подібність матеріалів. Реставраційний шар не повинен бути значно міцнішим за автентичний камінь – «ослаблений» черепашник в складі історичних будівель з міцністю на стиск ≈ 3 МПа, оскільки це призведе до концентрації напружень на межі розділу фаз і подальшого руйнування самої основи. Ідеальним вважається значення $K_1 \approx 0,8 - 1,0$, що гарантує цілісність системи.

Другий критерій $K_2 = WVP_{layer} / WVP_{base}$ характеризує дифузійну сумісність (відношення паропроникностей). Вапняк-черепашник має високу паропроникність $WVP_{base} \approx 0,14$ мг/(м·год·Па), і порушення цього показника призведе до накопичення вологи під шаром штукатурки.

Третій критерій $K_3 = C_{vol}$ відображає об'ємну контракцію складу під час твердіння, в відсотках. Обґрунтуванням вибору цього параметра є необхідність мінімізації усадочних явищ, які для реставраційного матеріалу, що контактує з пористим черепашником, є критичними. Висока контракція викликає появу мікротріщин, тому критерій формулюється як пряме значення контракції у відсотках з метою його подальшої мінімізації до нуля.

Четвертий критерій $K_4 = R_{pl} / T_{pl}$ оцінює технологічну сумісність через пластичну міцність у критичний момент часу (10 годин). Вибір цільового значення $T_{pl} \approx 50$ кПа базується на необхідності балансу: склад повинен бути достатньо структурованим, щоб не сповзати з вертикальної стіни, але залишатися пластичним для релаксації початкових напружень.

П'ятий критерій K_5 – адгезія до черепашника, що виражається в абсолютних одиницях напруження розриву (МПа). Критерій формулюється як пряме значення адгезії, де за цільовий рівень прийнято 0,54 МПа, що відповідає високій надійності зчеплення.

Шостий критерій K_6 – водонасичення системи «штукатурний шар - основа» – визначає довговічність реставрації в умовах приморського клімату (зокрема м. Одеса) та, з огляду на високу пористість вапняку-черепашнику, оцінюється як відсоткове вологонасичення всієї системи, причому оптимальним вважається рівень менше 4%, що обмежує зволоження контактної зони без створення герметичного бар'єра і забезпечує природне висихання каменю.

Таким чином, сформована система критеріїв $K_1 - K_6$ охоплює всі аспекти взаємодії реставраційного шару з пористою основою, створюючи базу для подальшої математичної оптимізації.

В роботі досліджували реставраційний композиційний матеріал з наступним складом: повітряне вапно, портландцемент, глиниста домішка (каолінова глина), кварцовий пісок і подрібнений черепашник (питома поверхня 3000 см²/г). Кількісні співвідношення та рівні варіювання факторів складу при проведенні планованого експерименту за 15-точковим планом надані в табл. 1.

Таблиця 1

Фактори та рівні їх варіювання

| № | Фактори | Рівні варіювання | | |
|-------|---|------------------|-----|-----|
| | | -1 | 0 | +1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| X_1 | Вміст цементу в загальній суміші в'язучих | 5% | 10% | 15% |

Продовження таблиці 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------|---|----|-------|-----|
| X ₂ | Вміст глини в загальній суміші в'язучих | 5% | 7,5% | 10% |
| X ₃ | Вміст меленого черепашика в наповнювачі | 0% | 37,5% | 75% |

В результаті проведення експериментального дослідження були отримані експериментально-статистичні (ЕС) моделі наступних властивостей: адгезійної міцності, паропроникності, вологонасичення, міцності на стиск, об'ємних деформацій, пластичної міцності [22]. На основі результатів досліджень та побудованих моделей були розраховані критерії оптимальності $K_1 - K_6$, у яких поряд з фізичними властивостями композиційного матеріалу використовувалися показники властивостей вапняку-черепашику для порівняння згідно з розробленими підходами до аналізу сумісності та адаптації. Для цих критеріїв побудовані ЕС-моделі (табл. 2) та графічне відображення, наприклад, для K_1 (відносна міцність на стиск), K_2 (відносна паропроникність) (рис. 1).

Таблиця 2

Експериментально-статистичні моделі критеріїв складів реставраційних композитів

| Критерії | Експериментально-статистичні моделі критеріїв |
|-----------------|--|
| $K_1 (R_c)$ | $K_1 = 0,85 + 0,09x_1 + 0,13x_2 - 0,29x_3 - 0,087x_1x_2 - 0,068x_2x_3 + 0,046x_1^2 - 0,062x_2^2 - 0,11x_3^2$ |
| $K_2 (WVP)$ | $K_2 = 0,58 - 0,29x_1 + 0,27x_3 - 0,092x_1x_3 + 0,25x_1^2 + 0,14x_3^2$ |
| $K_3 (C_{vol})$ | $K_3 = 0,22 + 0,069x_1 - 0,027x_2 + 0,028x_3 + 0,024x_1x_2 + 0,026x_3^2$ |
| $K_4 (R_{pl})$ | $K_4 = 1,79 + 0,40x_1 + 0,11x_2 + 0,25x_3 + 0,018x_1x_2 + 0,038x_1x_3 - 0,15x_1^2 - 0,092x_2^2 - 0,14x_3^2$ |
| $K_5 (R_{adh})$ | $K_5 = 0,38 + 0,074x_1 + 0,062x_2 + 0,078x_3 - 0,044x_2x_3 - 0,046x_1^2$ |
| $K_6 (WS)$ | $K_6 = 6,60 - 0,80x_1 + 0,45x_2 + 3,53x_3 - 0,19x_1x_2 - 0,14x_2x_3 + 0,28x_1^2 - 0,27x_2^2 + 1,33x_3^2$ |

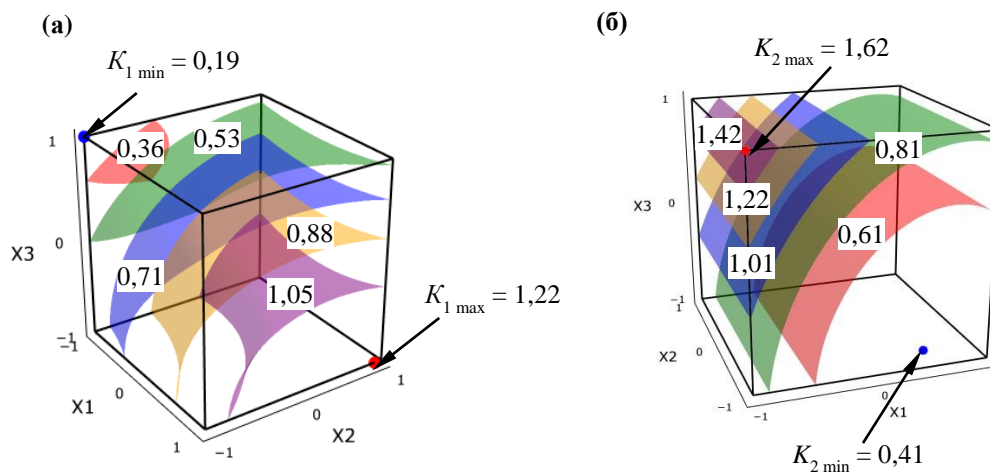


Рис. 1. Графічне відображення моделей критеріїв: а – K_1 ; б – K_2

Аналіз отриманих регресійних моделей критеріїв показав, що відносна міцність на стиск знижується зі зростанням частки пористого черепашика, тоді як цемент і глина сприяють її підвищенню, однак їх надмірне поєднання може мати зворотний ефект через підвищену водопотребу. Відносна паропроникність істотно зменшується під впливом цементу внаслідок кольматації пор, тоді як черепашик відкриває структуру матеріалу, причому зміни мають нелінійний характер. Об'ємна контракція зростає зі збільшенням вмісту цементу, глина частково стабілізує деформації, але висока концентрація обох компонентів підвищує ризик усадки. Відносна пластична міцність відображає прискорення раннього структурування за участі всіх складників, особливо

цементу й черепашника, хоча надмірне насичення твердої фази може сповільнювати розвиток пластичних властивостей. Адгезія до основи загалом покращується зі зростанням вмісту компонентів, проте між глиною та дрібнодисперсним наповнювачем можлива конкуренція за контактну поверхню. Водонасичення системи істотно підвищується за рахунок капілярної активності черепашника, тоді як цемент ущільнює структуру та зменшує зволоження, сприяючи підвищенню довговічності покриття.

Можливість варіювання ваговими коефіцієнтами у методі функції бажаності дозволяє адаптувати один і той самий набір експериментальних даних під специфічні реставраційні задачі. Оскільки кожен із 15 складів має унікальний баланс властивостей, зміна акцентів при агрегації критеріїв допомагає обрати оптимальний варіант для конкретних умов експлуатації об'єкта.

Для ефективного відновлення будівель із вапняку-черепашнику доцільно виділити чотири типові сценарії застосування реставраційних композитів різних складів, де пріоритетність властивостей суттєво різниться.

Максимально «дихаючий» склад а. Тут домінуючим чинником є паропроникність, щоб штукатурка не стала «паробар'єром», який спричиняє накопичення конденсату всередині каменю. У цьому сценарії для d_{wvp} встановлюється високе значення $s > 1$, що робить функцію «суворою»: навіть невелике зниження паропроникності призведе до різкого падіння d_i . При агрегації цьому параметру присвоюється найвищий рівень важливості. Для адгезії встановлюється середня суворість ($s = 1$), щоб дозволити системі знайти компроміс із паропроникністю, але зберігаємо високу важливість ($r = 4$), щоб гарантувати фіксацію на стіні.

Склад б для зволжених стін. У цьому випадку на перше місце виходить капілярна рівновага та мінімізація водонасичення. Для критерію водонасичення d_{ws} обирається $s > 2$, щоб максимально «штрафувати» склади з високим поглинанням. Постійна присутність вологи на межі розділу фаз створює ризик гідродинамічного відшарування. Тому для адгезії параметр суворості s підвищується до 3, щоб жорсткіше відсікати склади з низьким зчепленням, а важливість встановлюється на рівні 5, оскільки в умовах вологості адгезія є головним запобіжником довговічності.

Реставраційно-штукатурний склад в для частково зруйнованого вапняку-черепашнику. Тут критично важливою стає структурно-механічна сумісність: міцність складу повинна бути максимально наближеною до міцності основи (але не перевищувати її), а усадка (контракція) має бути мінімальною. Параметри s для d_{Rc} та d_{cvol} слід брати на рівні 2–3, створюючи вузький коридор допустимих значень, поза яким бажаність стає майже нульовою. Для адгезії встановлюється максимальна суворість $s = 3$ та важливість $w = 5$. Це створює "фільтр", який пропускає лише ті склади, що здатні глибоко проникати в пори зруйнованого каменю та надійно з ним зчеплюватися.

Склад г, що застосовується в умовах реставрації поблизу морського узбережжя. Для пластичної міцності R_{pl} задається висока вага w , щоб виділити склади, які миттєво набирають структуру, мінімізуючи вплив сольового аерозолю на свіжий розчин. У випадку морського узбережжя динамічні навантаження (вітер, удари крапель) та агресивне середовище вимагають бездоганної адгезії. Параметр s встановлюється на рівні 3, оскільки будь-яке мікро-відшарування миттєво заповниться морською сіллю, що призведе до швидкої корозії контактної зони.

Для переходу до кількісного аналізу критеріїв оптимальності кожен відгук трансформували у парціальну функцію бажаності. Першим етапом є розрахунок парціальних критеріїв K_i для п'яти ключових властивостей.

Для оцінки механічної сумісності використовували критерій міцності на стиск $K_1 = R_c / R_{cbase}$. Оскільки для слабкого черепашника надмірна міцність реставраційного шару є шкідливою, цільове значення встановлено на рівні $T = 0,8$. Відповідна

парціальна функція бажаності d_1 при $s = 1$ була розрахована за двосторонньою лінійною моделлю: якщо $K_1 \leq 0,8$, то $d_1 = (K_1 - 0,22) / (0,8 - 0,22)$, а якщо $K_1 > 0,8$, то $d_1 = (1,2 - K_1) / (1,2 - 0,8)$, де межі 0,22 та 1,2 визначають область допустимих значень.

Другим критерієм є дифузійна сумісність, що оцінювалась через паропроникність $K_2 = WVP_{layer} / WVP_{base}$. Для забезпечення «дихаючих» властивостей черепашника необхідно, щоб $K_2 \geq 1$. Оскільки всі досліджені склади перевищують цей поріг, функція бажаності d_2 для них приймана рівною 1,0.

Третій показник – об'ємна контракція $K_3 = C_{vol}$, яка характеризує усадку матеріалу. Мета оптимізації полягає у її мінімізації, тому функція бажаності d_3 при $s = 1$ визначена через відношення до експериментального максимуму та мінімуму: $d_3 = (0,382 - K_3) / (0,382 - 0,18)$, де 0,382 – найгірший результат (мінімальна бажаність), а 0,118 – найкращий.

Четвертий критерій описує кінетику структурування через пластичну міцність $K_4 = R_{pl} / 50$ кПа. Технологічно оптимальним є набір міцності в інтервалі 40 – 60 кПа через 10 годин. Функція бажаності d_4 при $s = 1$ побудована навколо цілі 50 кПа: при $R_{pl} < 50$ кПа маємо $d_4 = (R_{pl} - 20) / (50 - 20)$, а при $R_{pl} \geq 50$ розраховувалась як $d_4 = (85 - R_{pl}) / (85 - 50)$, що дозволило відсіяти занадто жорсткі суміші, схильні до раннього розтріскування.

П'ятим, важливим показником, є адгезія до основи K_5 . Для забезпечення надійного зчеплення з черепашником критерій максимізується. Функція бажаності d_5 при $s = 1$ розрахована відносно нижньої межі 0,02 МПа та цільового значення $R_{adhmax} = 0,52$ МПа за формулою $d_5 = (K_5 - 0,02) / (0,52 - 0,02)$.

Для перетворення критерію K_6 у парціальну функцію бажаності d_6 при $s = 1$ використовували модель мінімізації з цільовим інтервалом. Оскільки дані показують значний розкид – від 3,4% до 12,7%, межі встановлені наступним чином: ідеальним (цільовим) значенням T вважаємо мінімально зафіксоване поглинання 3,4%, а верхньою допустимою межею H , після якої склад вважається непридатним через ризик розмокання основи – 13,0%. Формула розрахунку основи бажаності при $s = 1$ набула вигляду $d_6 = (13,0 - WS) / (13,0 - 3,4)$.

На першому рівні ієрархії були сформовані три агреговані функції бажаності.

Технологічна бажаність обчислювалась як

$$D_{tech} = (d_{C_{vol}}^{w_3} d_{R_{pl}}^{w_4})^{\frac{1}{w_3 + w_4}},$$

де враховано об'ємну контракцію та пластичну міцність.

Фізичний критерій бажаності, що відповідає за вологісний обмін, визначений як

$$D_{phys} = (d_{WVP}^{w_2} d_{WS}^{w_6})^{\frac{1}{w_2 + w_6}}, \text{ з урахуванням паропроникності та водонасичення.}$$

Структурно-механічна бажаність сфокусована на міцності затверділого складу:

$$D_{mech} = (d_{R_c}^{w_1} d_{R_{adh}}^{w_5})^{\frac{1}{w_1 + w_5}}.$$

Приклад графічного відображення моделей бажаностей для складу a відображено на рис.2 (при X_3 , що відповідає найбільшій бажаності).

Аналіз моделі технологічної бажаності (рис.2, а) показав, що мінімальна концентрація цементу ($X_1 \approx -1$) радикально знижує об'ємну контракцію, нівелюючи основне джерело хімічної усадки. Надлишок глини ($X_2 \approx 1$) утворює розвинені гідратні оболонки, які забезпечують необхідну пластичність та здатність системи до релаксації напружень. Використання інертного піску замість пористого черепашника ($X_3 \approx -1$) стабілізує скелет композиту, запобігаючи надмірному водопоглинанню наповнювачем

та нерівномірному пересиханню. Таке поєднання забезпечує ідеальний технологічний баланс: низьку усадку при збереженні стабільної консистенції.

Фізичний критерій бажаності для моделі *a* відображений на більш наочному в цьому випадку поверхневому графіку на рис.2, б. Максимум бажаності за фізичними умовами при мінімальному вмісті в'язучих ($X_1, X_2 \approx -1$) та максимумі меленого черепашника ($X_3 \approx 1$) пояснюється капілярною однорідністю системи. Мінімальна частка цементу та глини запобігає щільному кольматуванню пор, що дозволяє зберегти високу паропроникність на рівні природного каменю. Використання черепашника як наповнювача замість піску забезпечує ідентичність пористої структури шару та основи, що гармонізує вологоперенос і водонасичення. У результаті матеріал працює як єдине ціле з автентичною кладкою, уникаючи накопичення вологи на межі розділу фаз.

Максимум структурно-механічної бажаності (рис.2, в) досягається при граничному насиченні системи в'язучими ($X_1, X_2 \approx 1$), що забезпечує найвищу щільність кристалізаційної структури та міцність на стиск. Глина в даному випадку працює як дрібнодисперсний наповнювач, який утворює додаткові зв'язки в контактній зоні, суттєво підвищуючи адгезію до пористої основи. Мінімальний вміст черепашника ($X_3 \approx -1$) усуває слабку ланку – пористий компонент, що дозволяє отримати жорсткий та монолітний реставраційний шар із максимальною енергією зчеплення.

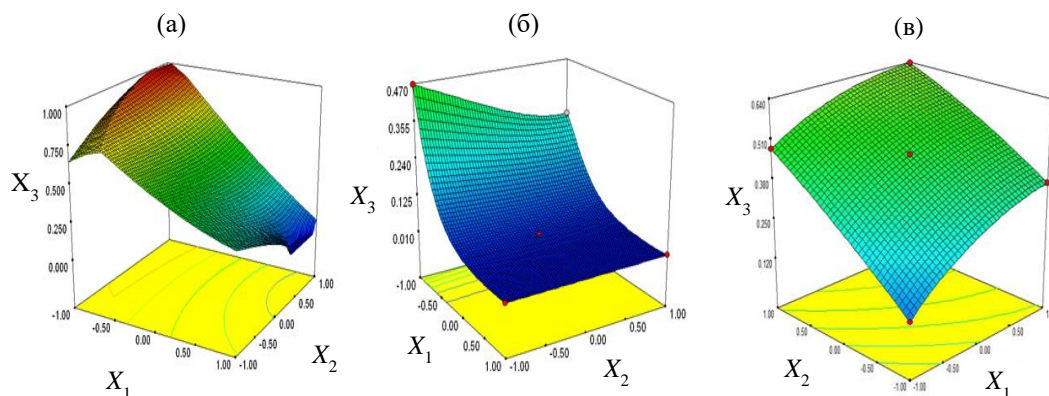


Рис 2. Моделі агрегованих критеріїв бажаності: а – технологічна бажаність для складу *a* ($X_3 = -1$); б – фізична бажаність для складу *a* ($X_3 = 1$); в) структурно-механічна бажаність для складу *a* ($X_3 = -1$)

На завершальному етапі всі агреговані показники об'єднали у глобальну функцію бажаності D_{global} , яка є критерієм оптимальності всього реставраційного складу

$$D_{global} = (D_{tech}^{W_{tech}} \cdot D_{phys}^{W_{phys}} \cdot D_{mech}^{W_{mech}})^{\frac{1}{W_{tech} + W_{phys} + W_{mech}}},$$

де W_j – вагові коефіцієнти відповідних груп властивостей.

Такий підхід дозволив отримати єдине числове значення для кожного з 15 варіантів складів (згідно плану експерименту), що дає змогу однозначно визначити склад, який найкраще відповідає вимогам сумісності з вапняком-черепашником. Отримані в програмі *Design Expert* оптимальні рішення наведені в табл. 3, в якій для кожної області застосування наведено найкращий склад.

Таблиця 3
Оптимальні склади чотирьох типів і відповідні критерії оптимальності

| Склад | № | X_1 | X_2 | X_3 | K_1 (R_c) | K_2 (WVP) | K_3 (C_{vol}) | K_4 (R_{pl}) | K_5 (R_{adh}) | K_6 (WS) | D |
|----------|---|-------|-------|-------|--------------------|--------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-------------------|-------|
| <i>a</i> | 1 | -1 | 1 | 0,79 | 0,606 | 1,481 | 0,142 | 1,331 | 0,345 | 11,536 | 0,528 |
| <i>б</i> | 1 | -0,4 | -0,61 | -0,49 | 0,800 | 0,615 | 0,220 | 1,352 | 0,250 | 5,091 | 0,321 |
| <i>в</i> | 1 | -1 | 1 | 0,4 | 0,800 | 1,277 | 0,131 | 1,314 | 0,332 | 9,597 | 0,551 |
| <i>г</i> | 1 | -0,56 | -0,6 | -0,6 | 0,800 | 0,674 | 0,208 | 1,227 | 0,220 | 5,014 | 0,335 |

5 ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Формування математичної моделі оптимізації реставраційних складів базується на ієрархічному розподілі пріоритетів, де фундаментальні властивості отримують максимальні параметри суворості s та ваги w , що дозволяє перетворити абстрактні розрахунки на реальну інженерну стратегію відновлення будівель. Так, у «дихаючому» складі паропроникність має $s = 5$ та $w = 5$, тоді як міцність і адгезія зберігають $w = 4$. Для зволоженої основи водонасичення отримує $s = 5$, а адгезія – максимальну вагу при зниженні значущості паропроникності до $w = 3$. Для зруйнованого вапняку-черепашнику міцність на стиск і контракція характеризуються $s = 3$ та $w = 5$, а пластична міцність і паропроникність – $w = 3$; у морських умовах водонасичення знову має $s = 5$ та $w = 5$, а пластична міцність – $w = 4$. Водночас навіть критерії з меншою вагою не можуть знижуватися нижче критичного рівня через використання зваженого середнього геометричного, а отримані значення функції бажаності (наприклад, для зволоженої поверхні) підтверджують ефективність багатокритеріальної оптимізації для добору складів, придатних до реставрації історичних об'єктів з вапняку-черепашнику, зокрема в Одеському регіоні.

6 ВИСНОВКИ

Розроблено формалізовану модель багатокритеріальної оптимізації складів штукатурно-реставраційних композитів, у якій система «реставраційний матеріал – основа» подана як ієрархічно організований об'єкт із сукупністю потенційно конфліктних критеріїв. Перехід від векторної постановки до скалярної задачі здійснений шляхом використання функції бажаності. Сформульована система парціальних критеріїв сумісності та адаптації охоплює механічні, деформаційні та пористо-капілярні властивості і базується на використанні відносних показників, які забезпечують коректне зіставлення властивостей матеріалу та карбонатної основи. Запропонований алгоритм ієрархічної агрегації парціальних критеріїв з використанням нелінійних функцій бажаності та зваженого середнього геометричного дозволяє формалізувати принцип лімітуючого фактора та виконувати оптимізацію шляхом максимізації узагальненого показника. Практична реалізація моделі на прикладі вапняних композитів, призначених для реставрації будівель з вапняку-черепашнику, була проведена з використанням експериментально-статистичного моделювання у програмному комплексі *Design Expert* та показала можливість керованого вибору оптимальних складів за різних сценаріїв пріоритетності критеріїв.

7 ЕТИЧНІ ДЕКЛАРАЦІЇ

Автори не мають відповідних фінансових чи нефінансових інтересів, які слід розкрити.

Література

1. Le, V.S., Sharko, A., Sharko, O., Stepanchikov, D., Buczkowska, K.E., et al. Multicriteria optimization of the composition, thermodynamic and strength properties of fly-ash as an additive in metakaolin-based geopolymer composites. *Scientific Reports*. 2024. Vol. 14. Article 10434. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-61123-1>
2. Zhao, H., Li, M., Zhao, L., Zang, X., Liu, X., Ren, J. Multi-objective optimization for composition design of civil materials based on data-driven method. *Materials Today Communications*. 2024. Vol. 38. Article 108143. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2024.108143>
3. Резанова, В.Г., Вільцанюк, О.А., Резанова, Н.М. Програмне забезпечення для оптимізації складу багатокомпонентних сумішей : монографія. Київ : АртЕк, 2022. 315 с.
4. Wang, X., Cui, F., Cui, L., Jiang, D. Research on a Multi-Objective Optimization Design for the Durability of High-Performance Fiber-Reinforced Concrete Based on a Hybrid Algorithm. *Coatings*. 2023. Vol. 13, No. 12. Article 2054. DOI: <https://doi.org/10.3390/coatings13122054>
5. Kaya, M., Yıldırım, Z. B., Köksal, F., Beycioğlu, A., Kasprzyk, I. Evaluation and Multi-Objective Optimization of Lightweight Mortars Parameters at Elevated Temperature via Box–Behnken Optimization Approach. *Materials*. 2021. Vol. 14, No. 23. Article 7405. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma14237405>
6. Maaze, M.R., Das, S.K., Garg, N. et al. Economic-Environmental and Multi-Criteria Optimization for Predicting Alkaline Ratios in Waste Cement Concrete-Based Geopolymer Using Central Composite Design. *Int J Concr Struct Mater*. 2025. Vol. 19. Article 35. DOI: <https://doi.org/10.1186/s40069-025-00767-3>
7. Ye, F., Feng, Q., Qiao, H., Zhu, X., Su, L., Xue, C., Cao, H., Zhang, L. Study on multi-objective matching ratio optimization and strength development law of basalt stone powder composite cementitious materials. *Construction and Building Materials*. 2024. Vol. 417. Article 135088. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.135088>
8. Бевз, М., Гуцуляк, Р., Стріленко, Ю. Консервація і реставрація об'єктів культурної спадщини / за ред. І. Прокопенко. Київ : Саміт-книга, 2022. 434 с.
9. Xu, P., Ma Y., Lu W., Li M., Zhao W., Dai Z. Multi-objective optimization in machine learning assisted materials design and discovery. *J. Mater. Informatics*. 2025. Vol. 5, No. 2. Article 26. DOI: <https://doi.org/10.20517/jmi.2024.108>
10. Hanne, T., Moghaddam, M.J. A Review of the Evolution of Multi-Objective Evolutionary Algorithms. *Computers, Materials & Continua*. 2025. Vol. 85, No. 3. P. 4203–4236. DOI: <https://doi.org/10.32604/cmc.2025.068087>
11. Ortiz-Marqués, A., Caldevilla, P., Goldmann, E., Safuta, M., Fernández-Raga, M., Górski, M. Porosity and Permeability in Construction Materials as Key Parameters for Their Durability and Performance: A Review. *Buildings*. 2025. Vol. 15, No. 18. Article 3422. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings15183422>
12. Shahidzadeh-Bonn, N., Desarnaud, J., Bertrand, F., Chateau, X., Bonn, D. Damage in porous media due to salt crystallization. *Phys. Rev. E*. 2010. Vol. 81, No. 6. Article 066110. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.81.066110>
13. Berger, J., Dutykh, D., Mendes, N., Rysbaiuly, B. A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials. *I International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 134. P. 1041-1060. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.025>
14. Gilodo, O., Arsirii, A., Krovciakov, S., Gimarov, O. Parametric Optimization of a Cross-Beam Glulam Floor System Using Response Surface Methodology. *Construction Materials* 2024. Vol. 5, No. 4. Article 85. DOI: <https://doi.org/10.3390/constrmater5040085>
15. Karbala, M.M., Iranfar, S., Shahsavari, M.H., Shakiba, M. Impact of dissolved salt type and content on mechanical and physical properties of porous cementitious materials. *International Journal of Geo-Engineering*. 2025. Vol. 16. Article 18. <https://doi.org/10.1186/s40703-025-00250-8>
16. Pavlík, Z., Fiala, L., Maděra, J., Pavlíková, M., & Černý R. Computational modelling of coupled water and salt transport in porous materials using diffusion–advection model. *Journal of the*

- Franklin Institute. 2011. Vol. 348, No. 7. P. 1574–1587. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2010.06.014>
17. Li, Q., Wang, Z., Guo, H., Zhao, J., Luo, H., Huang, X. A perspective view of salt crystallization from solution in porous media: morphology, mechanism, and salt efflorescence. *Scientific Reports*. 2024. Vol. 14. Article 23510. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-74645-5>
 18. Menke, H.P., Hood, K.M., Singh, K., Medero, G.M., Maes, J. Multi-scale flow, permeability, and heat transport in low-carbon and traditional building materials. *arXiv*. 2024. Article 2405.19930. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.19930>
 19. Теліцина, Н.Є., Квітка, О.О., Шахновський, А. М. Експериментально-статистичне моделювання складу сухих будівельних сумішей: визначення оптимальної частки модифікуючої добавки. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2023. №1(84), 72-79. DOI:<https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2023.1.9>
 20. Röding, M., Ma, Z., Torquato, S. Predicting permeability via statistical learning on higher-order microstructural information. *Scientific Reports*. 2020. Vol. 10. Article 15239. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-72085-5>
 21. Lyu, Q., Dai, P., Chen, A. Correlations among physical properties of pervious concrete with different aggregate sizes and mix proportions. *Road Materials and Pavement Design*. 2024. Vol. 25, No. 12. P. 2747–2771. DOI: <https://doi.org/10.1080/14680629.2024.2331193>
 22. Колесников, А.В., Левицький, Д.В. Дослідження і оптимізація складів реставраційних композитів для будівель із вапняку черепашнику. *Технічні науки та технології*, 2025. № 4(42). С. 476-491. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4\(42\)-476-491](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4(42)-476-491)

References

1. Le, V.S., Sharko, A., Sharko, O., Stepanchikov, D., Buczkowska, K.E., et al. (2024). Multicriteria optimization of the composition, thermodynamic and strength properties of fly-ash as an additive in metakaolin-based geopolymer composites. *Scientific Reports*, 14, 10434. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-61123-1>
2. Zhao, H., Li, M., Zhao, L., Zang, X., Liu, X., & Ren, J. (2024). Multi-objective optimization for composition design of civil materials based on data-driven method. *Materials Today Communications*, 38, 108143. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2024.108143>
3. Rezanova, V. H., Viltaniuk, O. A., & Rezanova, N. M. (2022). Prohramne zabezpechennia dlia optymizatsii skladu bahatokomponentnykh sumishei. Kyiv, Ukraine: ArtEk. [in Ukrainian]
4. Wang, X., Cui, F., Cui, L., & Jiang, D. (2023). Research on a Multi-Objective Optimization Design for the Durability of High-Performance Fiber-Reinforced Concrete Based on a Hybrid Algorithm. *Coatings*, 13(12), 2054. <https://doi.org/10.3390/coatings13122054>
5. Kaya, M., Yıldırım, Z. B., Köksal, F., Beycioğlu, A., & Kasprzyk, I. (2021). Evaluation and Multi-Objective Optimization of Lightweight Mortars Parameters at Elevated Temperature via Box–Behnken Optimization Approach. *Materials*, 14(23), 7405. <https://doi.org/10.3390/ma14237405>
6. Maaze, M.R., Das, S.K., Garg, N. et al. (2025). Economic-Environmental and Multi-Criteria Optimization for Predicting Alkaline Ratios in Waste Cement Concrete-Based Geopolymer Using Central Composite Design. *Int J Concr Struct Mater*, 19, 35. <https://doi.org/10.1186/s40069-025-00767-3>
7. Ye, F., Feng, Q., Qiao, H., Zhu, X., Su, L., Xue, C., Cao, H., Zhang, L. (2024). Study on multi-objective matching ratio optimization and strength development law of basalt stone powder composite cementitious materials. *Construction and Building Materials*, 417, 135088. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.135088>
8. Bevez, M., Hutsuliak, R., & Strilenko, Yu. (2022). Konservatsiia i restavratsiia obektiv kulturnoi spadshchyny (I. Prokopenko, Ed.). Kyiv, Ukraine: Samit-knyha. [in Ukrainian]
9. Xu, P., Ma Y., Lu W., Li M., Zhao W., & Dai Z. (2025). Multi-objective optimization in machine learning assisted materials design and discovery. *J. Mater. Informatics*, 5(2), 26. <https://doi.org/10.20517/jmi.2024.108>
10. Hanne, T., & Moghaddam, M.J. (2025). A Review of the Evolution of Multi-Objective Evolutionary Algorithms. *Computers, Materials & Continua*, 85(3), 4203–4236. <https://doi.org/10.32604/cmc.2025.068087>

11. Ortiz-Marqués, A., Caldevilla, P., Goldmann, E., Safuta, M., Fernández-Raga, M., & Górski, M. (2025). Porosity and Permeability in Construction Materials as Key Parameters for Their Durability and Performance: A Review. *Buildings*, 15(18), 3422. <https://doi.org/10.3390/buildings15183422>
12. Shahidzadeh-Bonn, N., Desarnaud, J., Bertrand, F., Chateau, X., Bonn, D. (2010) Damage in porous media due to salt crystallization. *Phys. Rev. E*, 81(6), 066110. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.81.066110>
13. Berger, J., Dutykh, D., Mendes, N., & Rysbaiuly, B. (2019). A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 134, 1041-1060. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.025>
14. Gilodo, O., Arsirii, A., Kroviakov, S., & Gimarov, O. (2025). Parametric Optimization of a Cross-Beam Glulam Floor System Using Response Surface Methodology. *Construction Materials*, 5(4), 85. <https://doi.org/10.3390/constrmater5040085>
15. Karbala, M.M., Iranfar, S., Shahsavari, M.H., & Shakiba, M. (2025). Impact of dissolved salt type and content on mechanical and physical properties of porous cementitious materials. *International Journal of Geo-Engineering*, 16, 18. <https://doi.org/10.1186/s40703-025-00250-8>
16. Pavlík, Z., Fiala, L., Maděra, J., Pavlíková, M., & Černý R. (2011) Computational modelling of coupled water and salt transport in porous materials using diffusion–advection model. *Journal of the Franklin Institute*, 348(7), 1574-1587 <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2010.06.014>
17. Li, Q., Wang, Z., Guo, H., Zhao, J., Luo, H., & Huang, X. (2024). A perspective view of salt crystallization from solution in porous media: morphology, mechanism, and salt efflorescence. *Scientific Reports*, 14, 23510. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-74645-5>
18. Menke, H.P., Hood, K.M., Singh, K., Medero, G.M., & Maes, J. (2024). Multi-scale flow, permeability, and heat transport in low-carbon and traditional building materials. *arXiv:2405.19930*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.19930>
19. Telitsyna, N. Ye., Kvitka, O. O., & Shakhnovskiy, A. M. (2023). Eksperymentalno-statystychni modeliuvannya skladu sukhykh budivelnykh sumishei: Vyznachennia optymalnoi chastky modyfikuiuchoi dobavky. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, 1(84), 72–79. [in Ukrainian] <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2023.1.9>
20. Röding, M., Ma, Z., & Torquato, S. (2020). Predicting permeability via statistical learning on higher-order microstructural information. *Scientific Reports*, 10, 15239. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-72085-5>
21. Lyu, Q., Dai, P., & Chen, A. (2024). Correlations among physical properties of pervious concrete with different aggregate sizes and mix proportions. *Road Materials and Pavement Design*, 25(12), 2747–2771. <https://doi.org/10.1080/14680629.2024.2331193>
22. Kolesnykov, A. V., & Levytskyi, D. V. (2025). Doslidzhennia i optymizatsiia skladiv restavratsiinykh kompozytiv dlia budivel iz vapniaku cherepashnyku. *Tekhnichni nauky ta tekhnolohii*, 4(42), 476–491. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4\(42\)-476-491](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4(42)-476-491)

Стаття надійшла до редакції 20.01.2026

Стаття прийнята до друку 20.02.2026

Дата публікації статті 26.03.2026

Колесников Андрій Валерійович

Одеська державна академія будівництва та архітектури,
д.т.н., доцент

вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна 65029

kolesnikov_himek@odaba.edu.ua,

ORCID: 0000-0001-8737-0933

Семенова Світлана Володимирівна

Одеська державна академія будівництва та архітектури,
к.т.н., доцент

вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна 65029

semenova@odaba.edu.ua,

ORCID: 0000-0002-5309-5854



Левицький Дмитро Валерійович

Одеська державна академія будівництва та архітектури,
аспірант

вул. Дідріхсона, 4, Одеса, Україна 65029

924ldv@odaba.edu.ua,

ORCID: 0000-0001-5350-522X

Для посилань:

Колесников А.В., Семенова С. В., Левицький Д. В. Багатокритеріальна оптимізація складів реставраційних композитів. Механіка та математичні методи, 2026. Т. VIII. №1. С. 69–83.

For references:

A. Kolesnykov, S. Semenova, D. Levytskyi. (2026). Multi-criterion optimization of restorative composite compositions. Mechanics and Mathematical Methods. VIII (1). 69–83.

Багатокритеріальна оптимізація складів реставраційних композитів © 2026 by Колесников А. В., Семенова С. В., Левицький Д. В. is licensed under CC BY 4.0